Sistem dan Logika Digital

Aljabar Boolean

Tim SLD
KK Telematika – FIF
Telkom University

Aljabar Boolean-Definisi

Sistem aljabar dengan dua operasi penjumlahan (+) dan perkalian (.) yang didefinisikan sehingga memenuhi ketentuan berikut ini :

- aturan A1 sampai dengan A5, M1 sampai M3, M5, D1, dan D2,
- setiap elemen a, b, c dari S mempunyai sifat-sifat atau aksioma-aksioma berikut ini.

Representasi Fungsi Boolean

A_1	$a + b \in S$	< closure >
M_2	$a.b \in S$	< closure >
A_2	$a + (b + c) = (a + b) + c$	< asosiatif >
M_2	$a \,.\, (b.c) = (a.b).c$	< asosiatif >
A_3	Jika $0 \in S$ maka untuk setiap $a \in S$, adalah $a + 0 = 0 + a = a$	< identitias >
M_3	Jika $1 \in S$ maka untuk setiap $a \in S$, adalah $a \,.\, 1 = 1 \,.\, a = a$	< identitas >
A_5	$a + b = b + a$	< komutatif >
M_5	$a.b = b.a$	< komutatif >
D_1	$a.(b+c) = a.b + a.c$	< distributif >
D_2	$(a + b) \,.\, c = a.c + b.c$	< distributif >
D_3	$a + (b.c) = (a + b) \,.\, (a + c)$	< distributif >
D_4	$(a.b) + c = (a + c) \,.\, (b + c)$	< distributif >
C_1	Untuk setiap $a \in S$, dan $a' \in S$, maka $a + a' = 1$ dan $a \,.\, a' = 0$	< komplemen >

Prinsip Dualitas (1)

- **Teorema 1 (*Idempoten*)**
  Untuk setiap elemen a, berlaku:
  $a + a = a$ dan $a \cdot a = a$

- **Teorema 2**
  Untuk setiap elemen a, berlaku:
  $a + 1 = 1$ dan $a \cdot 0 = 0$

- **Teorema 3 (Hukum Penyerapan)**
  Untuk setiap elemen a dan b, berlaku:
  $a + a \cdot b = a$ dan $a \cdot (a+b) = a$

Prinsip Dualitas (2)

- **Teorema 4 (Hukum de Morgan)**
  Untuk setiap elemen a dan b, berlaku:
  $(a \, . \, b)' = a' + b'$ dan $(a + b)' = a'.b'$

- **Teorema 5**
  $0' = 1$ dan $1' = 0$

- **Teorema 6**
  Jika suatu Aljabar Boolean berisi paling sedikit dua elemen yang berbeda,
  maka $0 \neq 1$

Fungsi Boolean

- Misalkan $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ merupakan variabel-variabel aljabar Boolean
- Fungsi Boolean dengan *n* variabel adalah fungsi yang dapat dibentuk dari aturan-aturan berikut:
  - Fungsi Konstan

    $f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = a$
  - Fungsi Proyeksi

    $f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = x_i \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, n$
  - Fungsi Komplemen

    $g(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = (f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n))'$
  - fungsi gabungan

    $h(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) + g(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$

    $h(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \cdot g(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$

Bentuk Fungsi Boolean

Suatu fungsi Boolean dapat dinyatakan dalam bentuk yang berbeda tetapi memiliki arti yang sama

Contoh:

$f_1(x,y) = x' \cdot y'$

$f_2(x,y) = (x + y)'$

f_1 dan f_2 merupakan bentuk fungsi Boolean yang sama, yaitu dengan menggunakan Hukum De Morgan

Nilai Fungsi

Fungsi Boolean dinyatakan nilainya pada setiap variabel yaitu pada setiap kombinasi NOL dan SATU (0,1)

Contoh: Fungsi Boolean

$f(x,y) = x'y + xy' + y'$

x	y	x'y	xy'	y'	f(x,y)
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0

Cara Representasi

1. **Dengan Aljabar**

   Contoh: $f(x,y,z) = xyz'$

2. **Dengan menggunakan tabel kebenaran**

x	y	z	xyz'
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Jumlah elemen dalam tabel kebenaran adalah jumlah kombinasi dari nilai variabel-variabelnya, yaitu sejumlah 2^n, dimana n adalah banyaknya variabel biner.

Minterm dan Maxterm (1)

Terdapat 2 bentuk fungsi Boolean :

1. **SOP (*Sum of Product*)** → penjumlahan dari perkalian

   → disebut juga sebagai bentuk Minterm →∑mi

2. **POS (*Product of Sum*)** → perkalian dari penjumlahan

   → disebut juga sebagai bentuk Maxterm → ∏Mi

Minterm dan Maxterm 2 variabel:

x	y	Minterm		Maxterm	
		Term	Nilai	Term	nilai
0	0	$x'y'$	m_0	$x + y$	M_0
0	1	$x'y$	m_1	$x + y'$	M_1
1	0	xy'	m_2	$x' + y$	M_2
1	1	xy	m_3	$x' + y'$	M_3

Minterm dan Maxterm (2)

Minterm dan Maxterm 3 variabel:

x	y	z	Minterm		Maxterm	
			Term	Nilai	Term	Nilai
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x'yz'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x'yz$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$xy'z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$xy'z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	xyz	m_7	$x' + y'' + z'$	M_7

Konversi fungsi boolean (1)

x	y	z	f(x,y,z)	
0	0	0	0	← kompl
0	0	1	**1**	← SOP
0	1	0	0	← kompl
0	1	1	0	
1	0	0	**1**	← SOP
1	0	1	0	← kompl
1	1	0	0	
1	1	1	**1**	← SOP

→ **SOP** ***(Sum of product)***

$f_1(x,y,z) = x'y'z + xy'z' + xyz$

$= 001 + 100 + 111$

$= m_1 + m_4 + m_7$

dari Tabel Kebenaran didapat

$\mathbf{f_1'(x,y,z) = x'y'z' + x'yz' + x'yz + xy'z + xyz'}$ .....(1)

Konversi Fungsi Boolean (2)

Dari f_1 didapat

$$
\begin{aligned}
f_1'(x,y,z) &= (x'y'z + xy'z' + xyz)' \\
&= (x+y+z')\,(x'+y+z)(x'+y'+z') \\
&= (\mathbf{xx'}+xy+xz+x'y+y+yz+x'z'+yz'+\mathbf{z'z})\;.\;(x'+y'+z') \\
&= (xy+xz+x'y+y+yz+x'z'+yz')\;.\;(x'+y'+z') \\
&= \mathbf{xyx'}+\mathbf{xzx'}+x'y+x'y+x'yz+x'z'+x'yz'+ \\
&\quad \mathbf{xyy'}+xy'z+\mathbf{x'yy'}+\mathbf{yy'}+\mathbf{yzy'}+x'y'z'+\mathbf{yz'y'}+ \\
&\quad xyz'+\mathbf{xzz'}+x'yz'+yz'+\mathbf{yzz'}+x'z'+yz' \\
&= \mathbf{x'y}+\mathbf{x'y}+x'yz+\mathbf{x'z'}+\mathbf{x'yz'}+xy'z+x'y'z'+ \\
&\quad xyz'+\mathbf{x'yz'}+\mathbf{yz'}+\mathbf{x'z'}+\mathbf{yz'} \\
&= \mathbf{x'y}+\mathbf{x'yz}+xy'z+x'y'z'+xyz'+\mathbf{x'yz'}+x'z'+yz' \\
&= x'yz+xy'z+x'y'z'+xyz'+x'yz'+\mathbf{x'y'z'+x'yz'+x'yz'+xyz'} \\
&= x'yz+xy'z+x'y'z'+xyz'+x'yz'
\end{aligned}
$$

$\mathbf{f_1'(x,y,z)= x'y'z' + x'yz' + x'yz + xy'z + xyz'}$ ....(2)

Konversi Fungsi Boolean (3)

→ **POS (*Product of sum*)**

x	y	z	f(x,y,z)	
0	0	0	0	←**POS**
0	0	1	**1**	
0	1	0	0	←**POS**
0	1	1	0	
1	0	0	**1**	
1	0	1	0	←**POS**
1	1	0	0	
1	1	1	**1**	

$$
\begin{aligned}
f_2(x,y,z) &= (x+y+z)(x+y'+z)(x+y'+z')\\
&\quad (x'+y+z')(x'+y'+z)\\
&= (f_1'(x,y,z))'\\
&= M_0\ M_2\ M_3\ M_5\ M_6
\end{aligned}
$$

$$\therefore \mathbf{F = m_1 + m_4 + m_7 = M_0 \,.\, M_2 \,.\, M_3 \,.\, M_5 \,.\, M_6}$$

Konversi Fungsi Boolean (2)

Contoh 2:

x	y	z	f(x,y,z)	
0	0	0	**1**	→ **SOP**
0	0	1	**1**	
0	1	0	**1**	
0	1	1	**1**	
1	0	0	**1**	
1	0	1	0	←**POS**
1	1	0	**1**	
1	1	1	0	←**POS**

1). $f_1(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz' + x'yz + xy'z' + xyz'$
$= m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_6$

f_1' = komplemen f_1 (dari tabel kebenaran)

$f_1'(x,y,z) = xy'z + xyz$

2). $f_2(x,y,z) = (x' + y + z')(x' + y' + z')$ ← **POS**
$= (f_1'(x,y,z))'$
$= M_5\ M_7$

$$\therefore F = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_6 = M_5 \,.\, M_7$$

Konversi Fungsi Boolean (2)

Contoh 3:

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

1). $f_1(x,y,z) = x'yz' + x'yz + xyz' + xyz$ ← **SOP**

$= m_2 + m_3 + m_6 + m_7$

←**SOP** $f_1'(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + xy'z' + xy'z$

2). $f_2(x,y,z) = (x + y + z)(x + y + z')(x' + y + z)(x' + y + z')$ ← **POS**

←**SOP**

$= (f_1'(x,y,z))'$

$= M_0\ M_1\ M_4\ M_5$

$$\therefore \mathbf{F = m_2 + m_3 + m_6 + m_7 = M_0 \,.\, M_1 \,.\, M_4 \,.\, M_5}$$

Bentuk Standar/Kanonik

- Jika f adalah fungsi Boolean **satu variabel** maka untuk semua nilai x berlaku:

$$f(x) = f(0) \cdot x' + f(1) \cdot x$$

- Jika f adalah fungsi Boolean **dua variabel** maka untuk semua nilai x berlaku:

$$f(x,y) = f(0,0) \cdot x'y' + f(0,1) \cdot x'y + f(1,0) \cdot xy' + f(1,1) \cdot xy$$

- Jika f adalah fungsi Boolean **tiga variabel** maka untuk semua nilai x berlaku:

$$\begin{aligned} f(x,y,z) = {} & f(0,0,0) \cdot x'y'z' + f(0,0,1) \cdot x'y'z + f(0,1,0) \cdot x'yz' + \\ & f(0,1,1) \cdot x'yz + f(1,0,0) \cdot xy'z' + f(1,0,1) \cdot xy'z' + \\ & f(1,1,0) \cdot xyz' + f(1,1,1) \cdot xyz \end{aligned}$$

Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (1)

1. Cari bentuk standar dari $f(x,y) = x'$

Jawab:

Bentuk SOP-nya = ...

$f(x,y) = x' \cdot 1$	identitas
$= x' \cdot (y+y')$	komplemen
$= x'y + x'y'$	distributif
$= x'y' + x'y$	diurutkan

$\therefore$ Bentuk Standar: $f(x,y) = x'y' + x'y$

$\therefore$ Bentuk Kanonik: $f(x,y) = \sum m(0, 1)$

Bentuk POS-nya = ...

Dengan $m_j' = M_j \Rightarrow f(x,y) = x' \Rightarrow f'(x,y) = x$

$f'(x,y) = x \cdot 1$	identitas
$= x \cdot (y+y')$	komplemen
$= xy + xy'$	distributif

$(f'(x,y))' = (xy + xy')' = (xy)'\,(xy')'$

$= (x'+y')(x'+y) = (x'+y)(x'+y')$

$\therefore$ Bentuk Standar: $f(x,y) = (x'+y)(x'+y')$

$\therefore$ Bentuk Kanonik: $f(x,y) = \Pi M(2, 3)$

Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (2)

2. Cari bentuk standar dari $f(x,y,z) = y' + xy + x'yz'$

   Jawab:

   Bentuk SOP-nya = ...

   $f(x,y,z) = y' + xy + x'yz'$

   $= y'(x+x')(z+z') + xy(z+z') + x'yz'$

   $= (xy' + x'y')(z+z') + xyz + xyz' + x'yz'$

   $f(x,y,z) = xy'z + xy'z' + x'y'z + x'y'z' + xyz + xyz' + x'yz'$

   $= m_5 + m_4 + m_1 + m_0 + m_7 + m_6 + m_2$

   $\therefore$ Bentuk Standar: $f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz' + xy'z' + xy'z + xyz' + xyz$

   $\therefore$ Bentuk Kanonik: $f(x,y,z) = \sum m(0, 1, 2, 4, 5, 6, 7)$

Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (3)

Bentuk POS-nya = ...

$f(x,y,z) = y' + xy + x'yz'$

$f'(x,y,z) = (y' + xy + x'yz')'$

$= y\ (xy)'\ (x'yz')' = y(x'+y')(x+y'+z)$

$= (x'y+yy')\ (x+y'+z) = yxx' + yy'x + yx'z$

$= x'yz$

$(f'(x,y,z))' = (x'yz)' = x + y' + z'$

$\therefore$ Bentuk Standar: $f(x,y,z) = x + y' + z'$

$\therefore$ Bentuk Kanonik: $f(x,y,z) = \Pi M(3)$

Cara lain = ...

$f'(x,y,z)$ = yang tidak ada pada bentuk standar $f(x,y,z)$, yaitu $m3 = x'yz$

$\therefore$ Bentuk Standar: $f(x,y,z) = x + y' + z'$

$\therefore$ Bentuk Kanonik: $f(x,y,z) = \Pi M(3)$

Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (4)

Latihan:

1. Cari bentuk standar dari:

   a. $f(x,y,z) = x + z$

   b. $f(x,y,z) = z'$

2. Cari bentuk Kanonik dari:

   a. $f(x,y) = x'y + xy'$

   b. $f(x,y,z) = x'y'z + xy'z' + xyz$

Konversi ke Bentuk SOP (1)

1. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = x + y'z$ dalam SOP

Jawab :

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$
\begin{aligned}
f(x,y,z) &= x \,.\, (y+y') \,.\, (z+z') + (x+x') \,.\, y'z \\
&= (xy+xy')\,(z+z') + xy'z + x'y'z \\
&= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + xy'z + x'y'z \\
&= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + x'y'z \\
&= m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_1 \\
&= \sum m(1, 4, 5, 6, 7)
\end{aligned}
$$

Konversi ke Bentuk SOP (2)

2. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = x'y'z + xz + yz$ dalam SOP

Jawab:

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$f(x,y,z) = x'y'z + xz + yz$

$= x'y'z + x.\ (y+y')\ .\ z + (x+x')\ .\ yz$

$= x'y'z + \mathbf{xyz} + xy'z + \mathbf{xyz} + x'yz$

$= m_1 + m_3 + m_5 + m_7$

$= \sum m(1, 3, 5, 7)$

Konversi ke Bentuk SOP (3)

3. Nyatakan Fungsi Boolean $f(w,x,y,z) = wxy + yz + xy$ dalam SOP

Jawab:

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$
\begin{aligned}
f(w,x,y,z) &= wxy + yz + xy \\
&= wxy \cdot (z+z') + (w+w')(x+x') \cdot yz + \\
&\quad (w+w') \cdot xy \cdot (z+z') \\
&= wxyz + wxyz' + (wx+wx'+w'x+w'x')yz + \\
&\quad (wxy+w'xy)(z+z') \\
&= wxyz + \mathbf{wxyz'} + wxyz + wx'yz + \mathbf{w'xyz} + \\
&\quad w'x'yz + wxyz + \mathbf{wxyz'} + \mathbf{w'xyz} + w'xyz' \\
&= wxyz + wxyz' + wx'yz + w'xyz + w'x'yz + w'xyz' \\
&= m_{15} + m_{14} + m_{11} + m_7 + m_3 + m_6 \\
&= \sum m(3, 6, 7, 11, 14, 15)
\end{aligned}
$$

Konversi ke Bentuk POS (1)

1. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = xy + x'z$ dalam POS

   Jawab: Bentuk fungsi ke POS

   $$\begin{aligned} f(x,y,z) &= xy + x'z \\ &= (xy + x')(xy + z) \\ &= (x + x')(y + x')(x + z)(y + z) \\ &= (x' + y)(x + z)(y + z) \end{aligned}$$

   Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

   Suku-1 → $x' + y = x' + y + zz'$

   $= (x' + y + z)(x' + y + z')$

   Suku-2 → $x + z = x + z + yy'$

   $= (x + y + z)(x + y' + z)$

   Suku-3 → $y + z = xx' + y + z$

   $= (x + y + z)(x' + y + z)$

Konversi ke Bentuk POS (2)

$f(x,y,z) = (x'+y+z)(x'+y+z')(x+y+z)(x+y'+z)(x+y+z)$
$(x'+y+z)$

$= (x'+y+z)\ (x'+y+z')\ (x+y+z)\ (x+y'+z)$

$= \quad M_4 \quad . \quad M_5 \quad . \quad M_0 \quad . \quad M_2$

$= \Pi M(0, 2, 4, 5)$

Konversi ke Bentuk POS (3)

2. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = (x+z)(y'+z')$ dalam POS

   Jawab :

   Fungsi Boolean asumsi sudah dalam bentuk POS

   $f(x,y,z) = (x+z)(y'+z')$

   $= (x+yy'+z)(xx'+y'+z')$ Identitas, Komplemen

   $= (x+y+z)(x+y'+z)(x+y'+z')(x'+y'+z')$ distributif

   $= M_0 \; . \; M_2 \; . \; M_3 \; . \; M_7$

   $= \Pi M(0,2,3,7)$

Penyederhanaan Fungsi Boolean

- Asumsi yang dipakai dalam penyederhanaan:
  - Bentuk fungsi Boolean **paling sederhana adalah SOP**
  - Operasi yang digunakan adalah operasi penjumlahan (+), perkalian (.) dan komplemen (‛)

- Terdapat tiga cara dalam penyederhanaan fungsi Boolean:
  1. Cara Aljabar
     - Bersifat ***trial and error*** (tidak ada pegangan)
     - Penyederhanaan menggunakan aksioma-aksioma dan teorema-teorema yang ada pada aljabar Boolean
  2. Peta Karnaugh
     - Mengacu pada **diagram Venn**
     - Menggunakan bentuk-bentuk peta Karnaugh
  3. Metoda **Quine-McCluskey**
     - Penyederhanaan didasarkan pada hukum distribusi
     - Eliminasi *Prime Implicant Redundant*

Penyederhanaan Dengan Aljabar (1)

1. Sederhanakanlah fungsi Boolean
   $f(x,y) = x'y + xy' + xy$

   Jawab:

   $f(x,y) = x'y + xy' + xy$

   $= x'y + x \cdot (y'+y)$ Distributif

   $= x'y + x \cdot 1$ Komplemen

   $= x'y + x$ Identitas

   $= (x'+x)(x+y)$ Distributif

   $= 1 \cdot (x+y)$ Komplemen

   $= x+y$ Identitas

Penyederhanaan Dengan Aljabar (2)

2. Sederhanakanlah fungsi Boolean di bawah ini:

   $f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + xyz'$

   Jawab:

   $f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'yz' + \mathbf{x}y'z' + \mathbf{x}yz'$

$= x' . (\mathbf{y'}z'+\mathbf{y'}z+\mathbf{y}z+\mathbf{y}z') + \mathbf{x} . (y'z'+yz')$	Distributif
$= x'.((\mathbf{y'}(z+z') + \mathbf{y}(z+z')) + x.((y'+y)z')$	Distributif
$= x'. (\mathbf{y'} . 1 + \mathbf{y} . 1) + x.(1 . z')$	Komplemen
$= x' . (\mathbf{y'}+\mathbf{y}) + xz'$	Identitas
$= x' . \mathbf{1} + xz'$	Komplemen
$= x' + xz'$	Identitas
$= (x'+x)(x'+z')$	Distributif
$= 1 . (x'+z')$	Komplemen
$= x' + z'$	Identitas

Penyederhanaan Dengan Aljabar (3)

3. Sederhanakanlah fungsi Boolean : $f(x,y) = x + xy' + y'$

   Jawab:

   $f(x,y) = x + xy' + y'$

$= x \cdot \mathbf{(1 + y')} + y'$	Distributif
$= x \cdot \mathbf{1} + y'$	Teorema 2
$= x + y'$	Identitas

   atau

   $f(x,y) = x + xy' + y'$

$= x + \mathbf{(x + 1)} \cdot y'$	Distributif
$= x + \mathbf{1} \cdot y'$	Teorema 2
$= x + y'$	Identitas

Penyederhanaan Dengan Aljabar (4)

4. Sederhanakanlah fungsi Boolean : $f(x,y,z) = xy + xy'z + y(x'+z) + y'z'$

Jawab:

$f(x,y,z)$	$= xy + xy'z + y(x'+z) + y'z'$	
	$= x(y+y'z) + y(x'+z) + y'z'$	Distributif
	$= x((y+y')(y+z)) + x'y + yz + y'z'$	Distributif
	$= x(1 . (y+z)) + x'y + yz + y'z'$	Komplemen
	$= x . (y+z) + x'y + yz + y'z'$	Identitas
	$= xy + xz + x'y + yz + y'z'$	Distributif
	$= y(x+x') + xz + yz + y'z'$	Distributif
	$= y . 1 + xz + yz + y'z'$	Komplemen
	$= \mathbf{y} + xz + yz + \mathbf{y'z'}$	Identitas
	$= \mathbf{(y+y')(y+z')} + xz + yz$	Distributif
	$= \mathbf{1.(y+z')} + xz + yz$	Komplemen
	$= y + \mathbf{z' + xz} + yz$	Identitas
	$= y(1 + z) + \mathbf{(x+z')(z+z')}$	Distibutif
	$= y . 1 + (x+z')(z+z')$	Teorema 2
	$= y + (x+z')(z+z')$	Identitas
	$= y + (x + z') . 1$	Komplemen
	$= x + y + z'$	Identitas

Peta Karnaugh (K-Map) (1)

a). K'Map 2 variabel

x \ y	0	1
0	x'y'	x'y
1	xy'	xy

x \ y	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

b) K'Map 3 variabel

x \ yz	00	01	11	10
0	x'y'z'	x'y'z	x'yz	x'yz'
1	xy'z'	xy'z	xyz	xyz'

x \ yz	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

Peta Karnaugh (K-Map) (2)

c) K'Map 4 variabel

wx \ yz	00	01	11	10
00	w'x'y'z'	w'x'y'z	w'x'yz	w'x'yz'
01	w'xy'z'	w'xy'z	w'xyz	w'xyz'
11	Wxy'z'	wxy'z	wxyz	wxyz'
10	wx'y'z'	wx'y'z	wx'yz	wx'yz'

wx \ yz	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

Penyederhanaan-k'map

1. Place the following four-variable Canonical SOP function in a truth table and represent it in a fourth-order K-map

$$f(w,x,y,z) = \Sigma m(0, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 13)$$

Solution

The truth table is constructed by placing a logic **1** in the *f* coulumn for each MINTERM represented by the function above.

The absence of MINTERM is a MAXTERM , which accordingly, is assigned logic **0**. The K-map is a graphical representation of the canonical truth table and is constructed directly from the truth table as shown below

Penyederhanaan-k'map

$f(w,x,y,z) = \Sigma m(0, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 13)$

Truth Table

W	X	Y	Z	f	W	X	Y	Z	f
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

wx \ yz	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	0	0
10	1	1	0	1

Penyederhanaan-k'map

2. Place the following three-variable CANONICAL POS function in a truth table and represent it in a thirs-order K-Map.

$f(A,B,C) = (A+B'+C)(A'+B'+C')(A+B+C)(A'+B+C)(A'+B+C')$

Solution

The procedure is similar to that followed in example 1 except that, in this case, a logic 0 is placed in the f coulumn and K-map cell each Maxterm

Penyederhanaan-k'map

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	1

Penyederhanaan-k'map

3. Convert the reduced SOP function given in this example to canonical SOP and POS form by using a fourth-order K-map. Represent the canonical expression by using both literal and coded notation

$f(A,B,C,D) = ABCD + AD' + B'C'D' + A'B'C + A'BC'D + BCD' + A'B'D'$

	AB \ CD	00	01	11	10	
				C	C	
	00	1	0	1	1	
	01	0	1	0	1	B
A	11	1	0	1	1	B
A	10	1	0	0	1	
			D	D		

Penyederhanaan Dengan K-Map
2 Variabel (1)

Sederhanakanlah persamaan:

$$f(x,y) = x'y + xy' + xy$$
$$= m_1 + m_2 + m_3$$

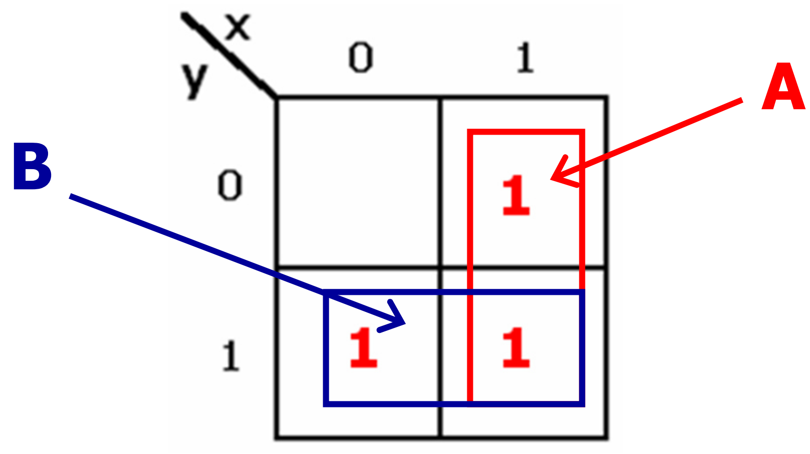
<u>Jawab:</u>

- Sesuai dengan bentuk minterm, maka 3 kotak dalam K-Map 2 dimensi, diisi dengan 1:

y \ x	0	1
0		1
1	1	1

Penyederhanaan Dengan K-Map
2 Variabel (2)

- Selanjutnya kelompokkan semua 1 yang ada dengan membuat kumpulan kotak atau persegi panjang dengan jumlah sel bujursangkar kecil sebanyak **2^n**
  - n = 0, 1, 2, 3, dst
- Buat kelompok yang sebesar-besarnya



Penyederhanaan Dengan K-Map
2 Variabel (3)

- Cara menentukan bentuk sederhana dari hasil pengelompokan adalah:
  - Carilah variabel yang memiliki nilai yang sama (tidak berubah) dalam kelompok tersebut, sebagai contoh:

    ➲ Pada kelompok A adalah variabel y dengan nilai 1

    ➲ Pada kelompok B adalah variabel x dengan nilai 1
  - Tentukan bentuk hasil pengelompokan

    Kelompok A adalah y, dan kelompok B adalah x, sehingga hasil bentuk sederhana dari contoh di atas:

    $$f(x,y) = x'y + xy' + xy = \text{kelompok A} + \text{kelompok B}$$

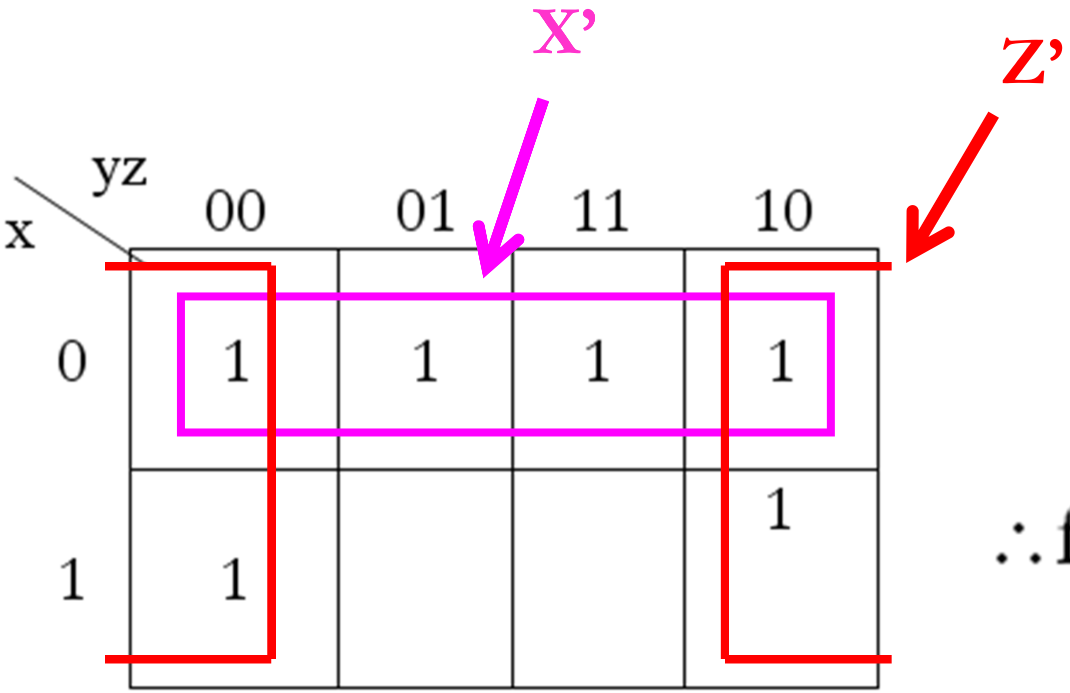
    $$= y + x$$

Penyederhanaan Dengan K-Map
3 Variabel (1)

1. Sederhanakanlah persamaan berikut:

   f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + xyz'

   Jawab:



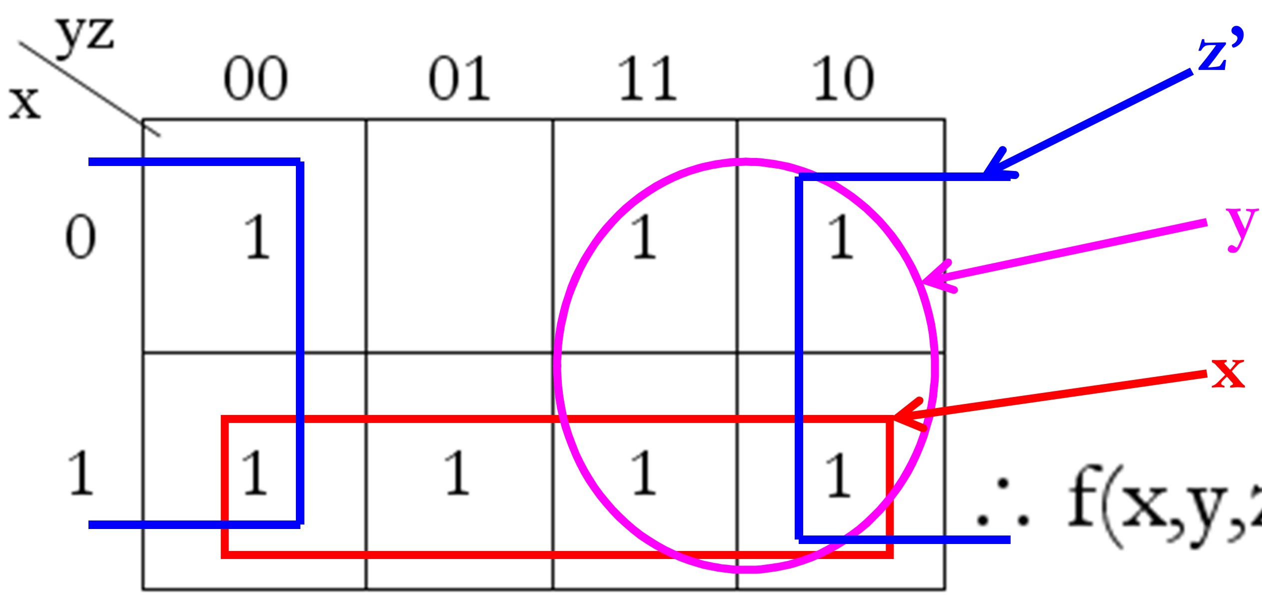
$$\therefore f(x,y,z) = z' + x'$$

Penyederhanaan Dengan K-Map
3 Variabel (2)

2. Sederhanakanlah fungsi Boolean berikut dengan menggunakan K'Map :

   $f(x,y,z) = xyz + xyz' + xy'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + x'y'z'$

Jawab:



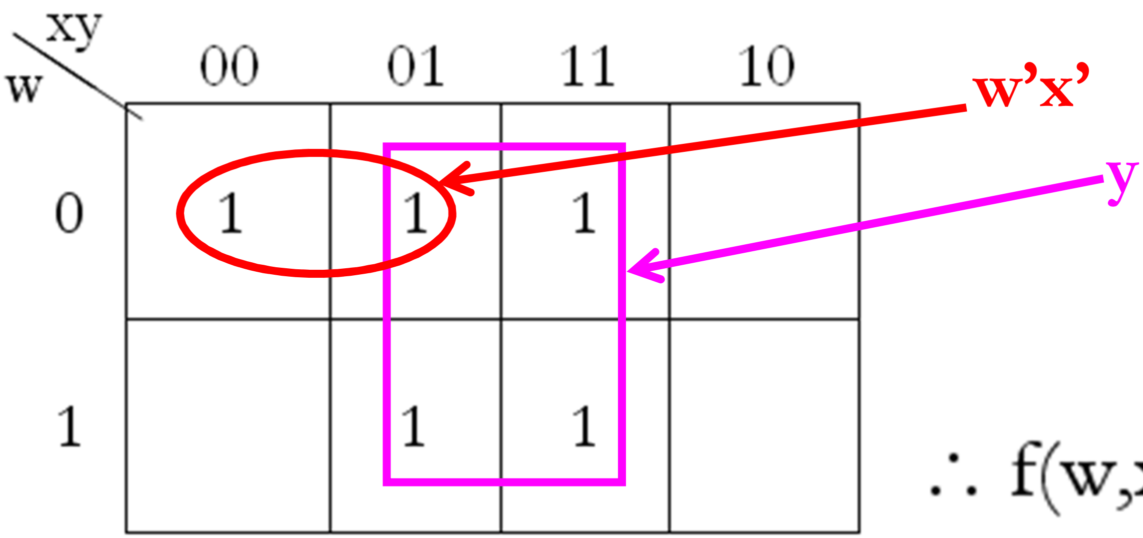
$\therefore f(x,y,z) = x + y + z'$

Penyederhanaan Dengan K-Map
3 Variabel (3)

3. Sederhanakanlah fungsi Boolean:

$$f(w,x,y) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7)$$

Jawab:



$$\therefore f(w,x,y) = w'x' + y$$

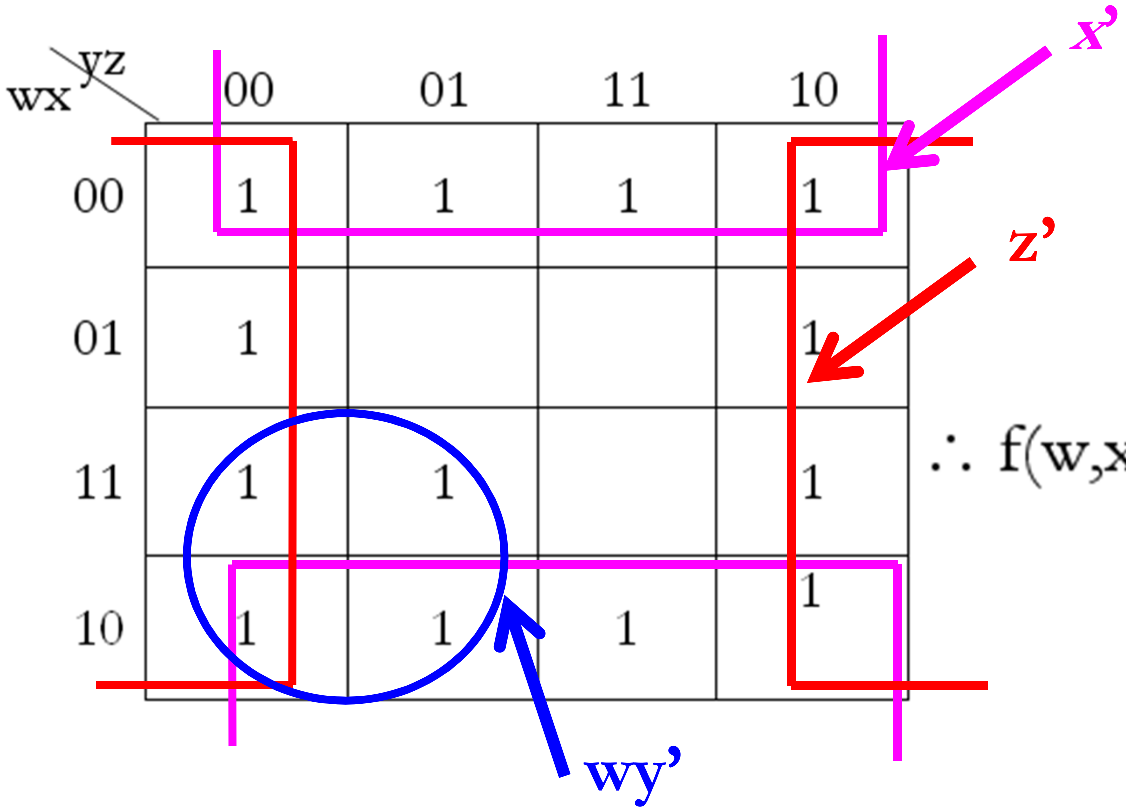
Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (1)

1. Sederhanakanlah fungsi Boolean berikut:

$f(w,x,y,z) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14)$

Jawab:



$$\therefore f(w,x,y,z) = x' + z' + wy'$$

Penyederhanaan Dengan K-Map
4 Variabel (2)

2. Sederhanakanlah fungsi Boolean:

$$f(w,x,y,z) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wx'yz + w'x'yz + w'x'yz' + w'xyz' + w'xy'z' + w'xy'z$$

Jawab: (alternatif 1)

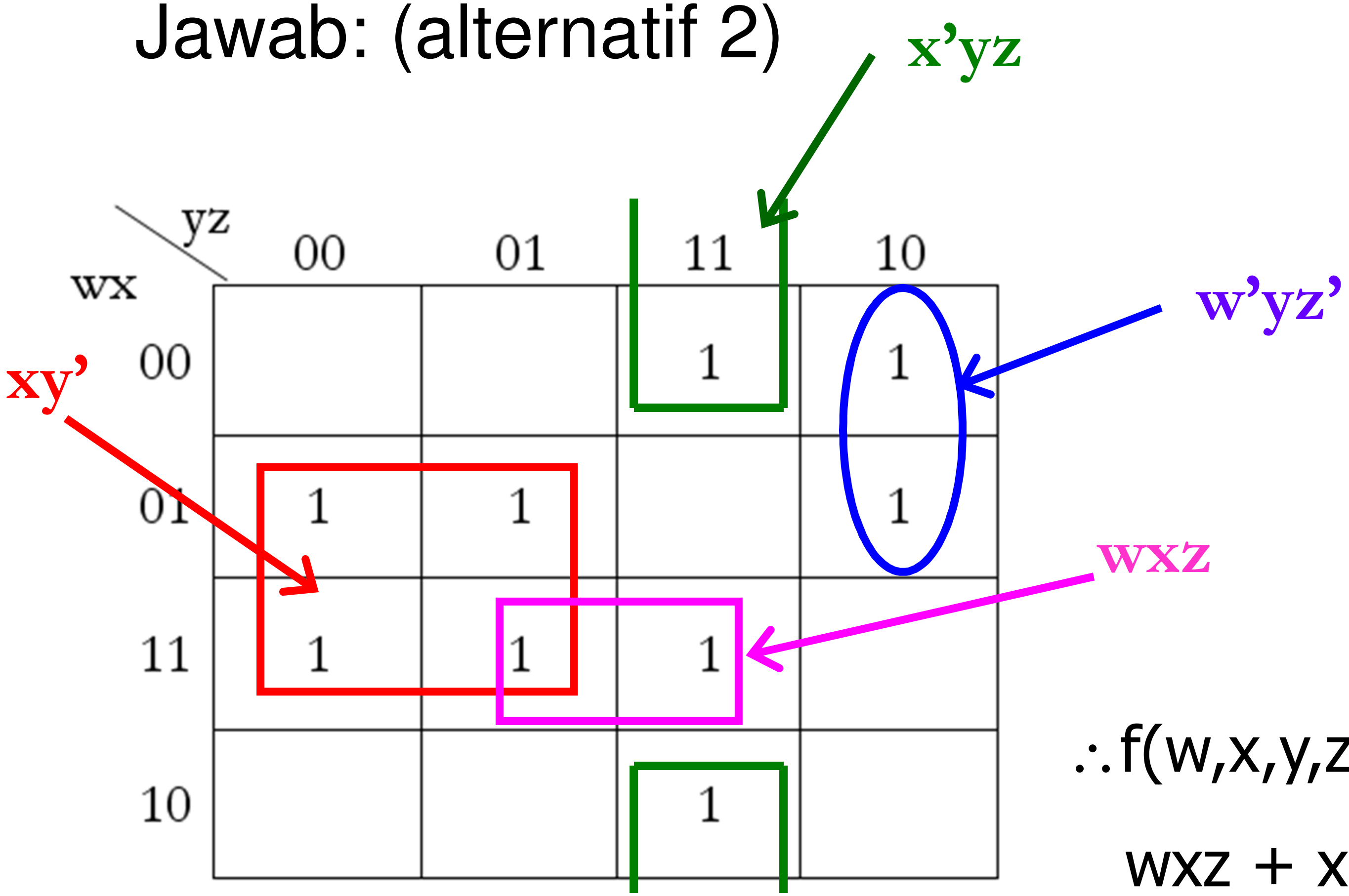
wx \ yz	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		1
11	1	1	1	
10			1	

xy' w'x'y w'yz' wyz

$$\therefore f(w,x,y,z) = xy' + w'x'y + wyz + w'yz'$$

Penyederhanaan Dengan K-Map
4 Variabel (3)

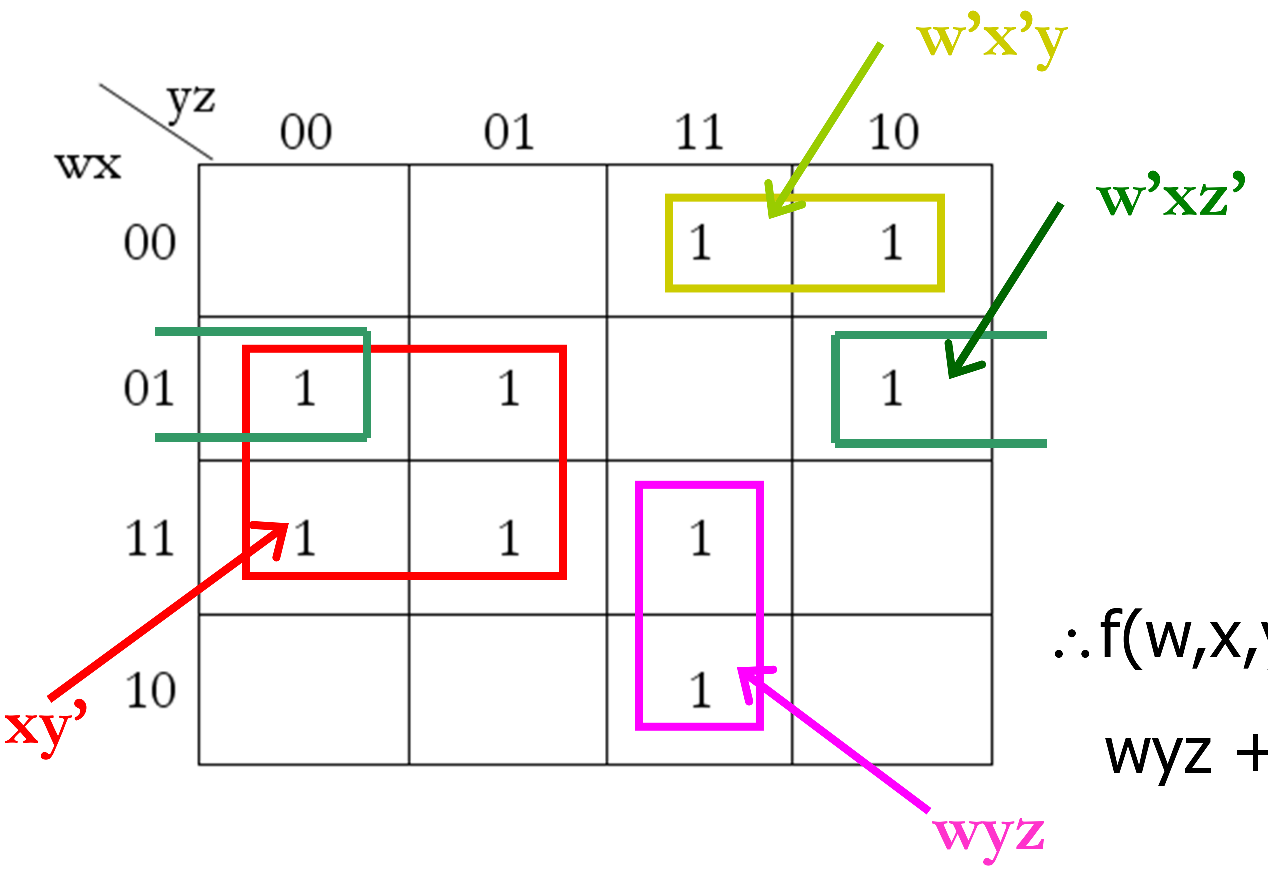
Jawab: (alternatif 2)



$\therefore f(w,x,y,z) = xy' + wxz + x'yz + w'yz'$

Penyederhanaan Dengan K-Map
4 Variabel (4)

Jawab: (alternatif 3)



$\therefore f(w,x,y,z) = xy' + wyz + w'xz' + w'x'y$

Don’t Care (1)

- Nilai peubah don’t care tidak diperhitungkan oleh fungsinya
- Nilai 1 atau 0 dari peubah don’t care tidak berpengaruh pada hasil fungsi
- Semua nilai don’t care disimbolkan dengan X, d, atau ϕ
- Bentuk SOP:
  - Nilai X yang masuk ke dalam kelompok akan bernilai 1
  - Nilai X yang tidak masuk ke dalam kelompok akan bernilai 0
- Bentuk POS:
  - Nilai X yang masuk ke dalam kelompok akan bernilai 0
  - Nilai X yang tidak masuk ke dalam kelompok akan bernilai 1

Don't Care (2)

- Contoh 1:

$$f(w,x,y,z) = \Sigma m(1,3,7,11,15)$$

$$\text{don't care} = d(w,x,y,z) = \Sigma m(0,2,5)$$

<u>Bentuk SOP:</u>

wx \ yz	00	01	11	10
00	X	1	1	X
01		X	1	
11			1	
10			1	

w'z

yz

Hasil penyederhanaan:
$f(w,x,y,z) = yz + w'z$

Don’t Care (3)

- Contoh 1:

$$f(w,x,y,z) = \Sigma m(1,3,7,11,15)$$

$$\text{don't care} = d(w,x,y,z) = \Sigma m(0,2,5)$$

<u>Bentuk POS:</u>

wx \ yz	00	01	11	10
00	X			X
01	0	X		0
11	0	0		0
10	0	0		0

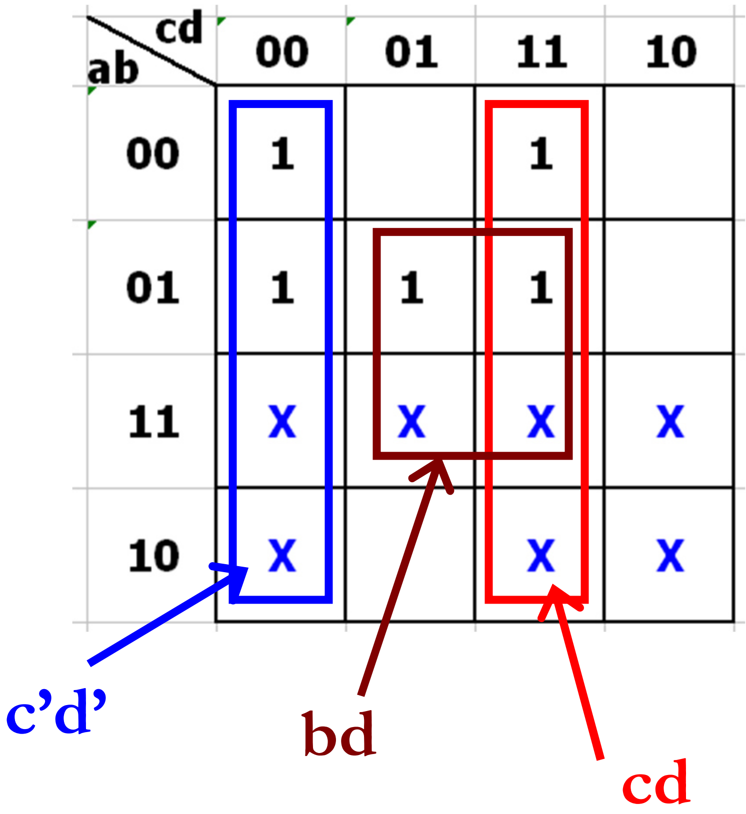
z

w’+y

Hasil penyederhanaan:
$f(w,x,y,z) = z(w'+y)$

Don’t Care (4)

- Contoh 2:



$$f(a,b,c,d) = c'd' + cd + bd$$

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	x
1	0	0	1	x
1	0	1	0	x
1	0	1	1	x
1	1	0	0	x
1	1	0	1	x
1	1	1	0	x
1	1	1	1	x

Penyederhanaan Dengan K-Map

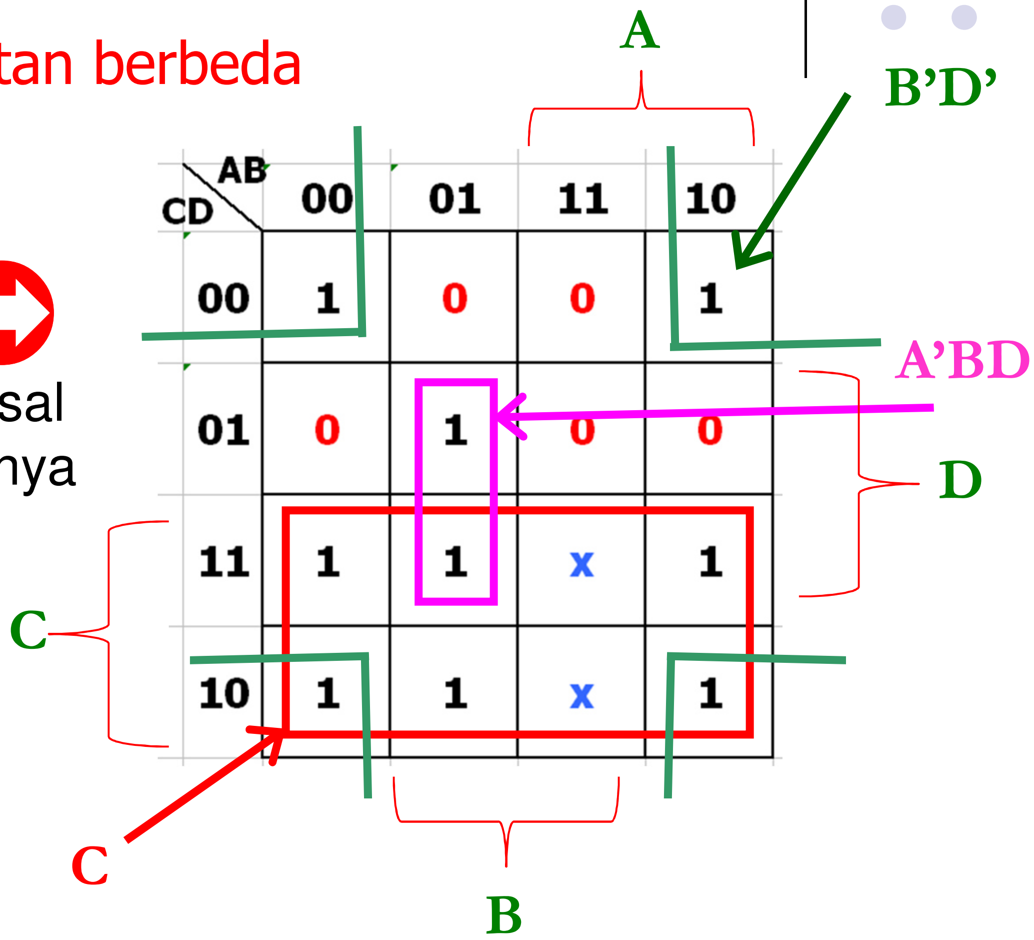
4 Variabel (5)

3. Contoh:

urutan berbeda

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

Misal isinya



x = don't care, bisa 0 bisa 1, tergantung kebutuhan

SOP berdasarkan bit-bit 1

f(A,B,C,D) = C + B'D' + A'BD

Penyederhanaan Dengan K-Map
4 Variabel (6)

POS berdasarkan bit-bit 0:

B'+C+D

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	0
11	1	1	x	1
10	1	1	x	1

B+C+D'

A'+B'

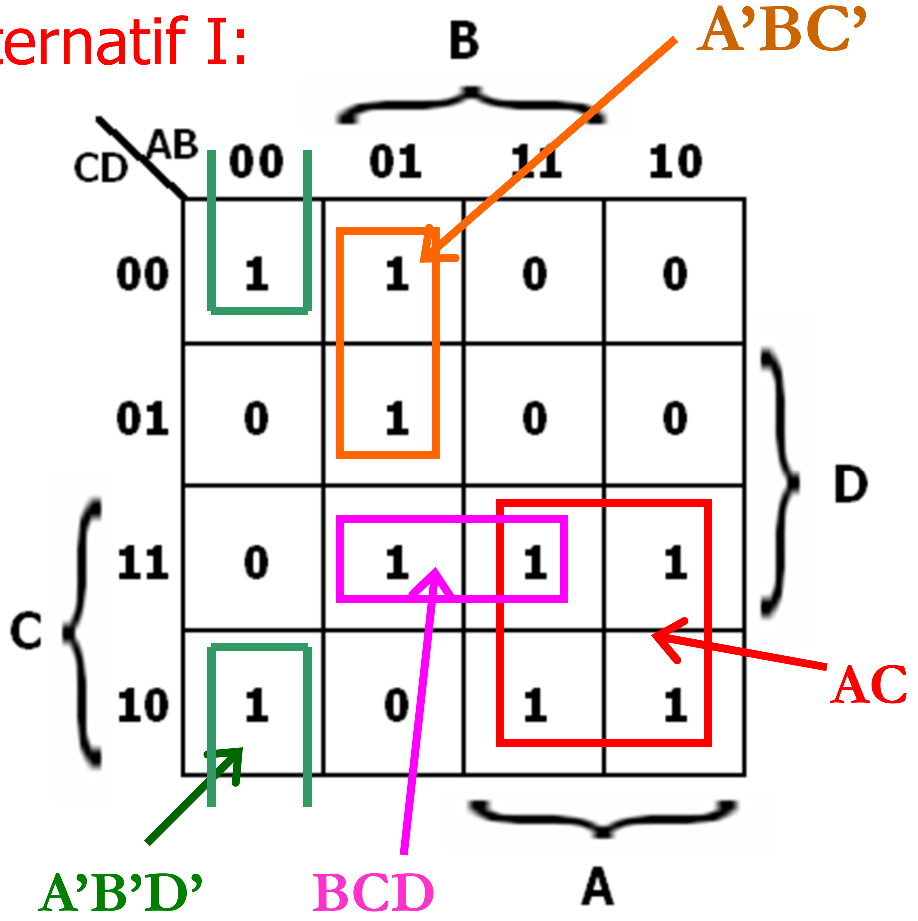
x = don't care, bisa 0 bisa 1, tergantung kebutuhan

$$f(A,B,C,D) = (A'+B')(B'+C+D)(B+C+D')$$

Penyederhanaan Dengan K-Map
4 Variabel (7)

4. $f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$

Alternatif I:



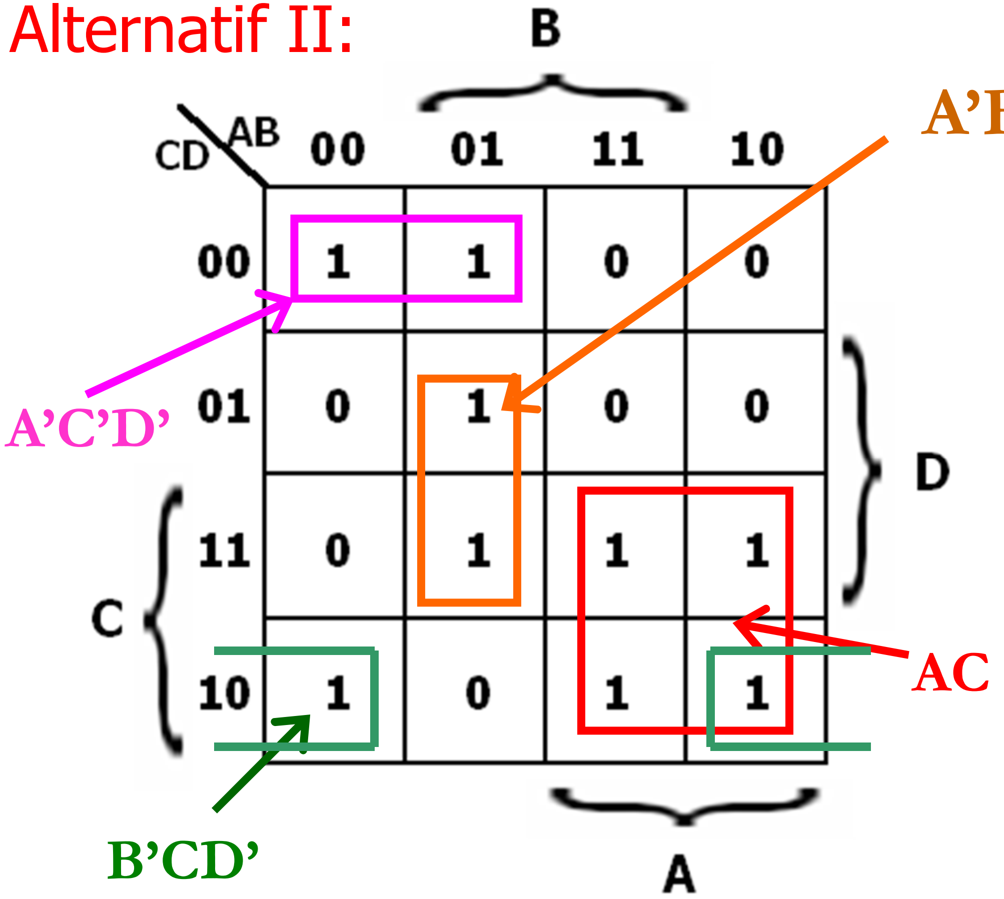
SOP:

$f(A,B,C,D) =$
$AC+BCD+A'BC'+A'B'D'$

Penyederhanaan Dengan K-Map
4 Variabel (8)

f(A,B,C,D) = ∑m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)

Alternatif II:



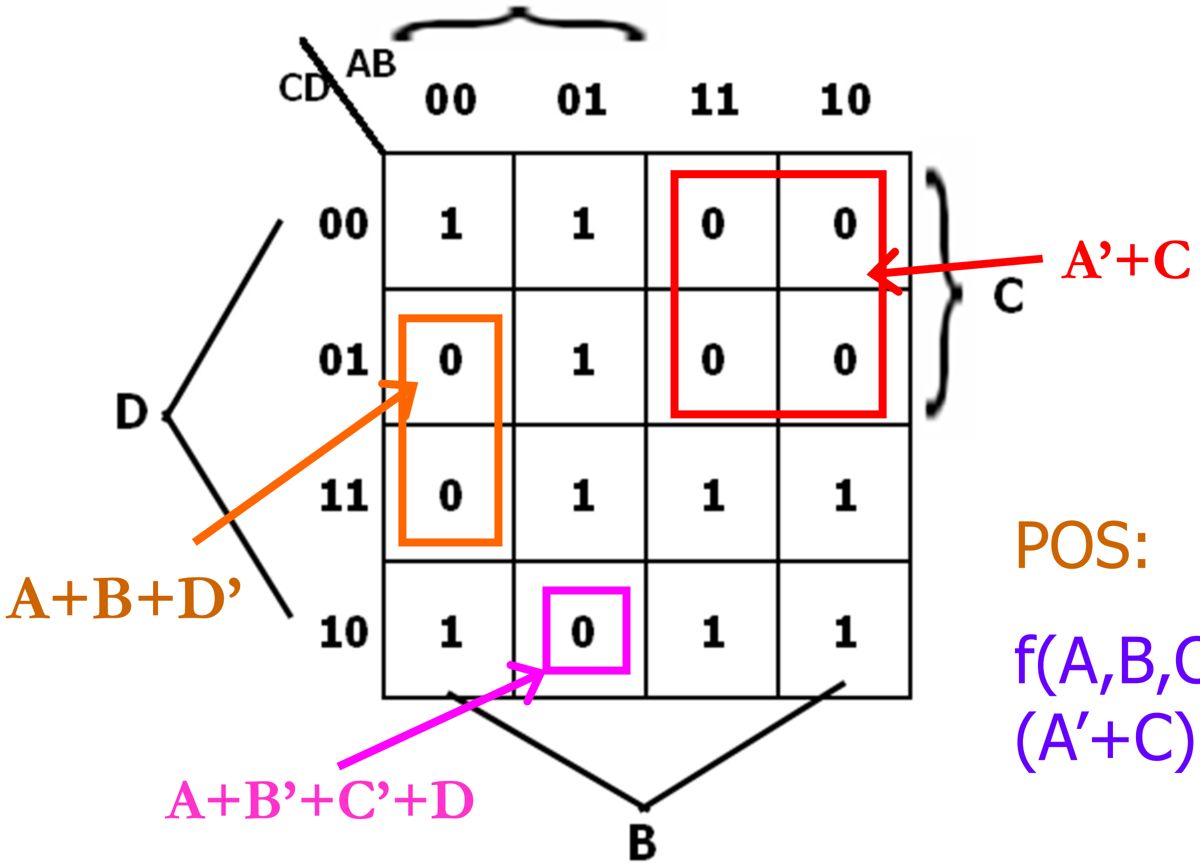
SOP:

f(A,B,C,D) =
AC+A′BD+A′C′D′+B′CD′

Penyederhanaan Dengan K-Map
4 Variabel (9)

$f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$

Bentuk POS:



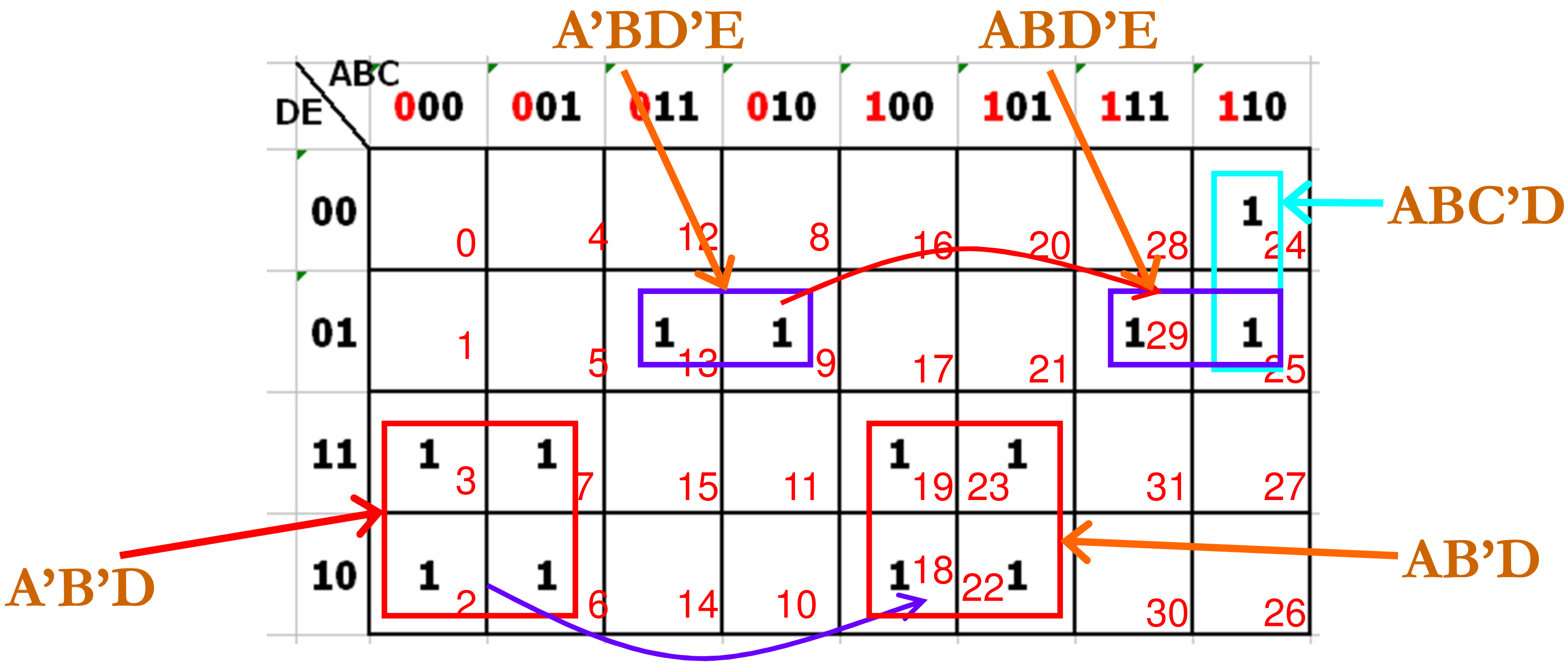
POS:

$f(A,B,C,D) =$
$(A'+C)(A+B+D')(A+B'+C'+D)$

Penyederhanaan Dengan K-Map
5 Variabel (1)

1. f(A,B,C,D,E) = {2,3,6,7,9,13,18,19,22,23,24,25,29}

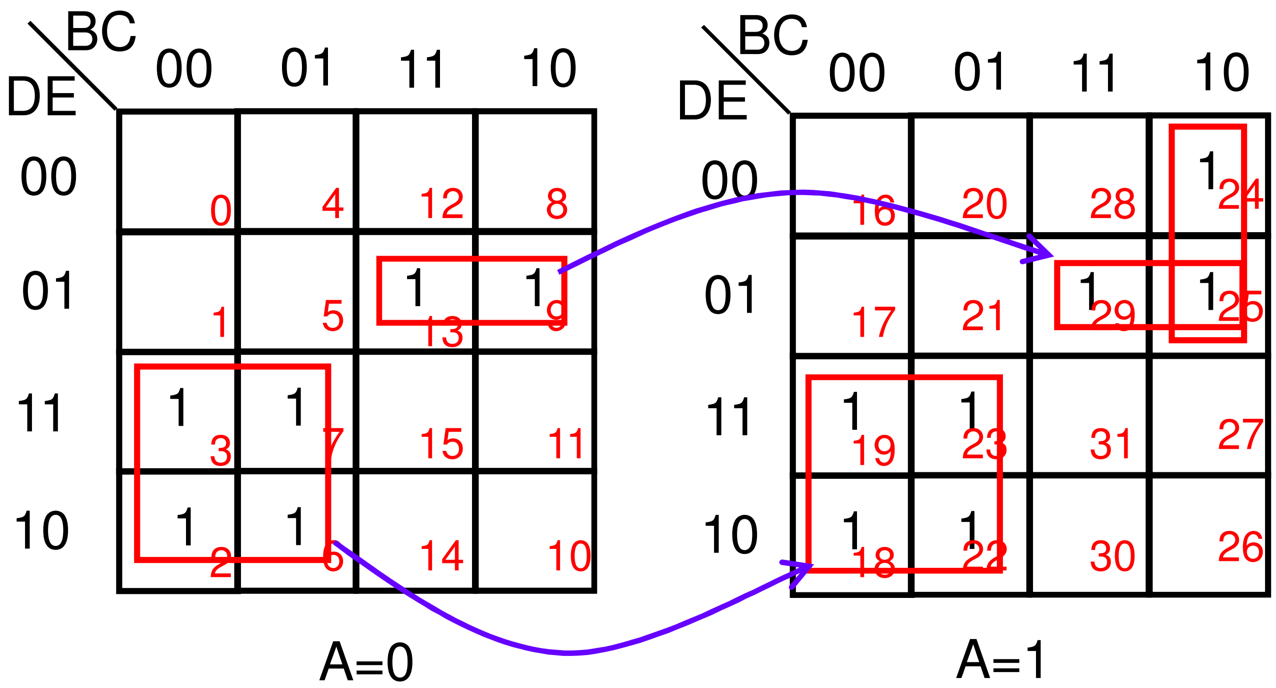
   Dengan model planar:



f(A,B,C,D,E) = A'B'D + AB'D + A'BD'E + ABD'E + ABC'D'

= B'D + BD'E + ABC'D'

Penyederhanaan Dengan K-Map
5 Variabel (2)



Dengan model stack:

f(A,B,C,D,E) = B'D + BD'E + ABC'D'

Penyederhanaan Dengan K-Map
6 Variabel

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

AB=00

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1		
11		1		
10	1			1

AB=01

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1		
11		1		
10	1			1

AB=10

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01			1	
11			1	
10	1			1

AB=11

Map Entered Variables (MEV)

- Penyederhanaan dengan K-Map hanya praktis untuk maksimum 4 variabel !!!
- Bagaimana jika jumlah variabel lebih dari 4 ?
  - Dengan *Map Entered Variables (MEV)*
  - Satu variabel atau lebih dimasukkan ke dalam tabel

Prinsip : $1 = X + \bar{X}$ atau

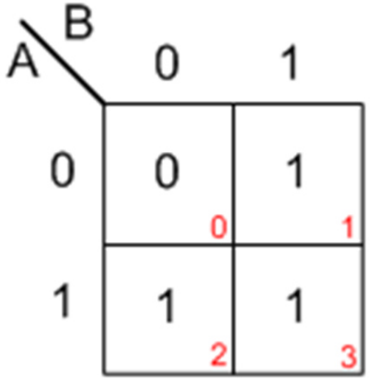
$1 = 1 + X$ (SOP)

$0 = X \cdot \bar{X}$

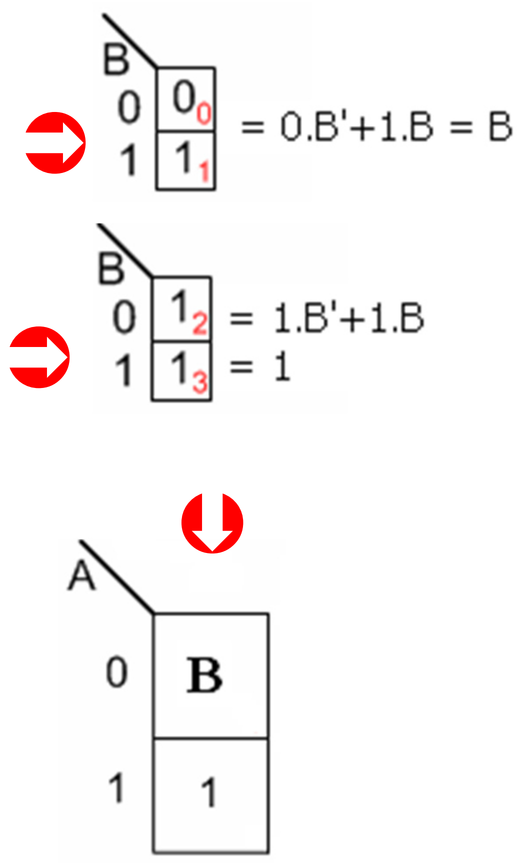
$0 = 0 \cdot X$ (POS)

MEV: 2 Variabel Menjadi 1 Variabel

- Contoh 1: f(A,B) = A'B + AB' + AB
- Variabel B akan dimasukkan ke map

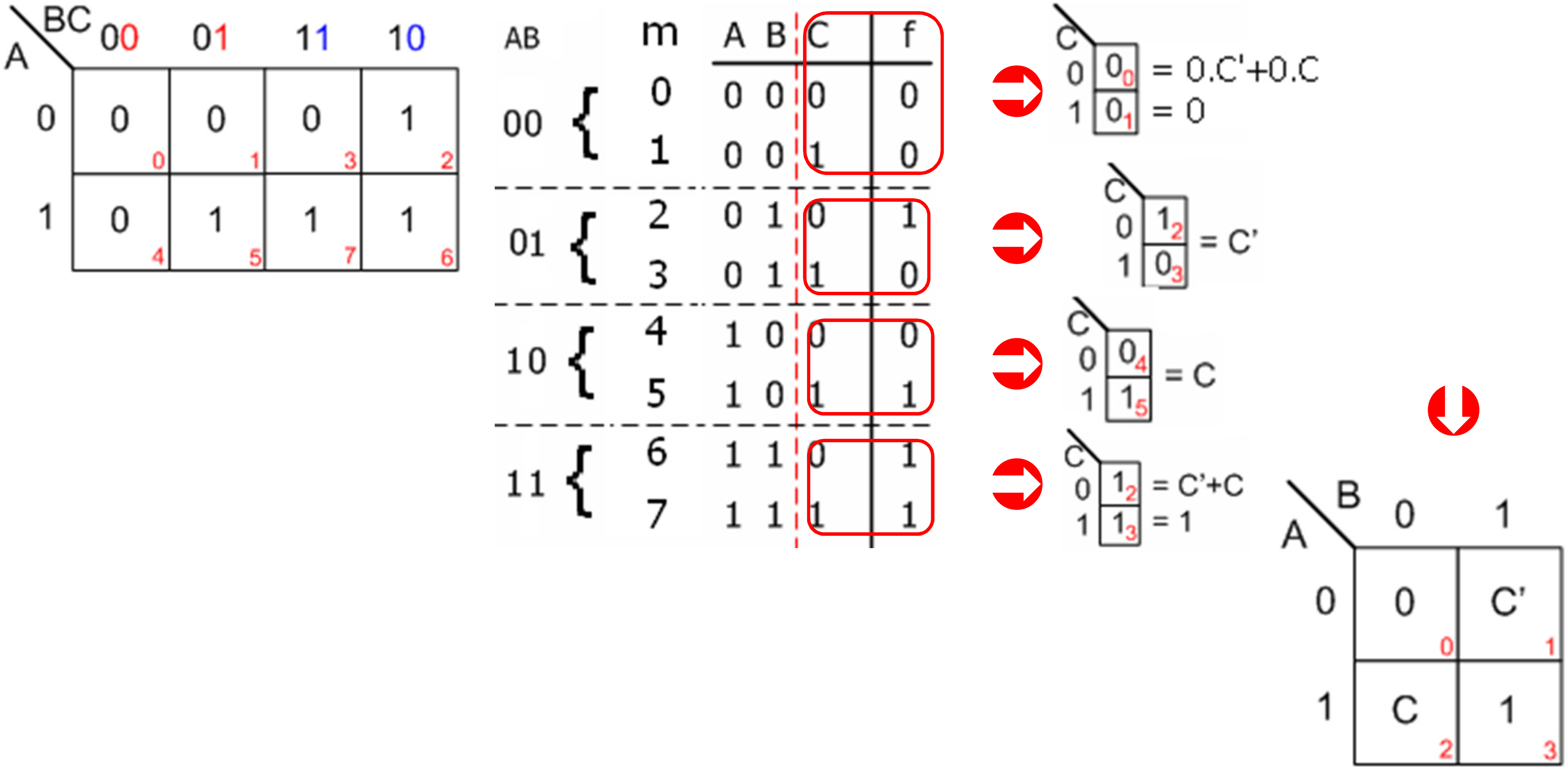


A	m	A	B	f
0	0	0	0	0
	1	0	1	1
1	2	1	0	1
	3	1	1	1



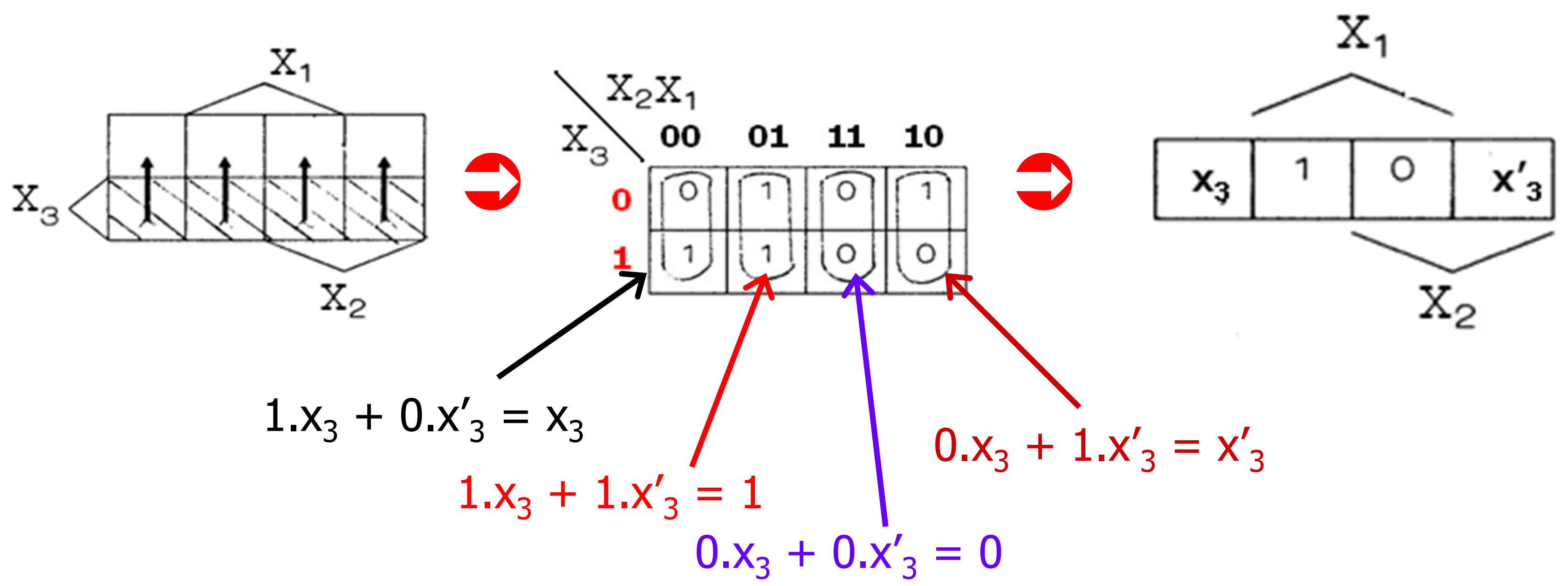
MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel (1)

- Contoh 1: $f(A,B,C) = \sum m(2,5,6,7)$
- Variabel C akan dimasukkan ke map



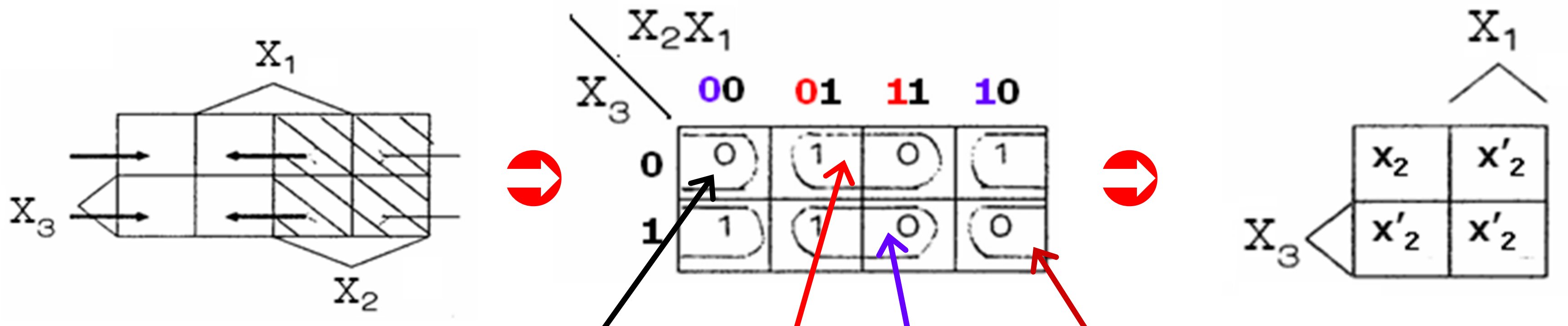
MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel (2)

- Kompresi dari 3 variabel (x_1, x_2, dan x_3) menjadi 2 variabel
- Contoh 2: $\mathbf{x_3}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel (3)

- Contoh 3: **x_2** dimasukkan *(entered)*



$0.x'_2 + 1.x_2 = x_2$

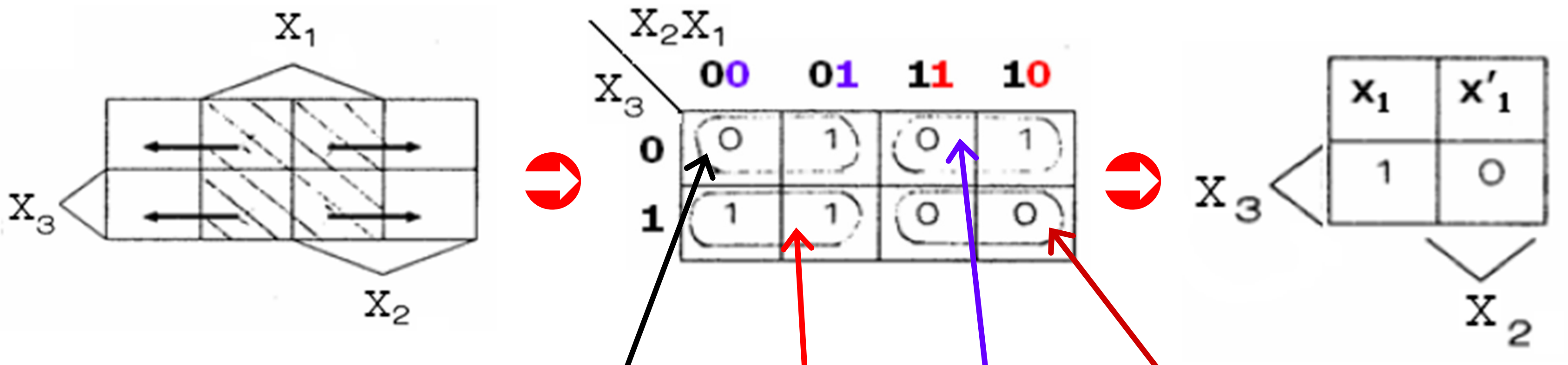
$1.x'_2 + 0.x_2 = x'_2$

$1.x'_2 + 0.x_2 = x'_2$

$0.x_2 + 1.x'_2 = x'_2$

MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel (4)

- Contoh 4: $\mathbf{x_1}$ dimasukkan *(entered)*



$0.x'_1 + 1.x_1 = x_1$

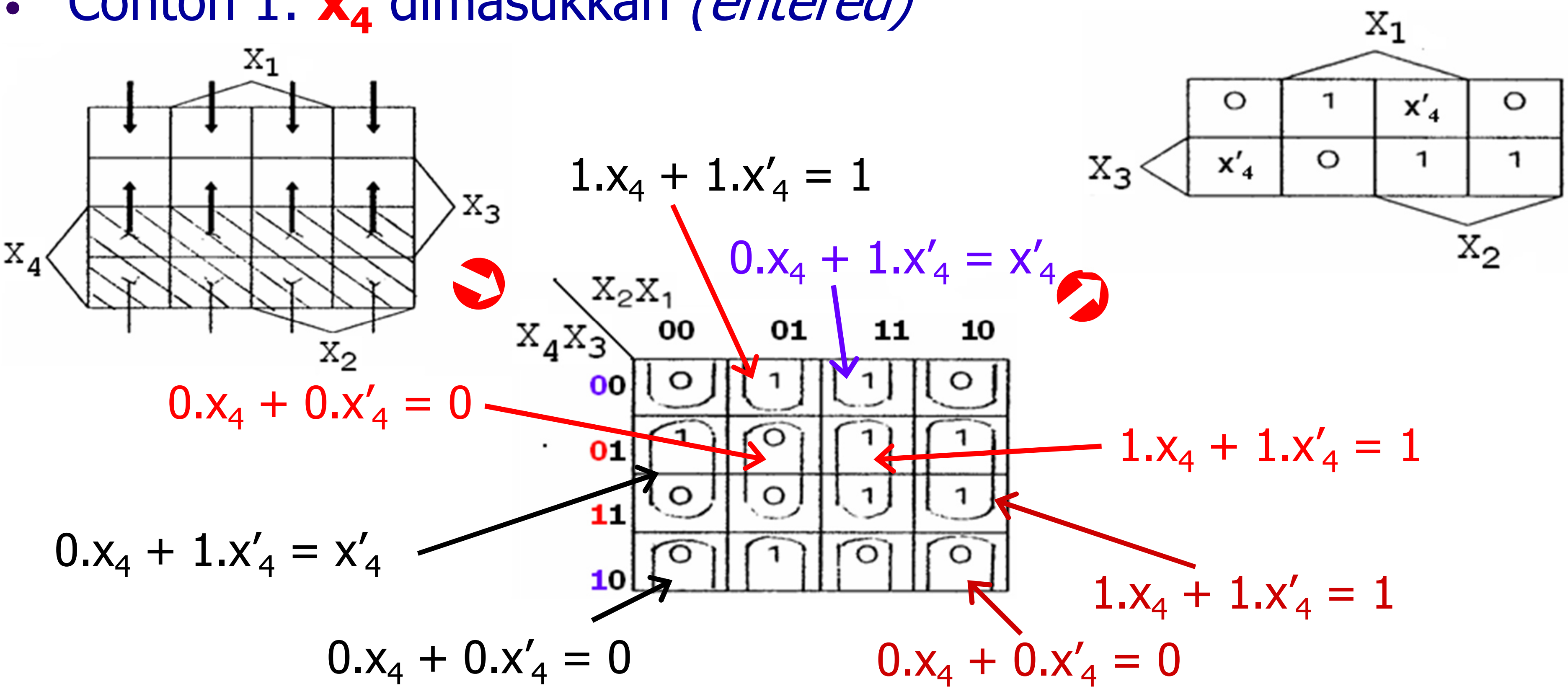
$1.x'_1 + 1.x_1 = 1$

$0.x_1 + 1.x'_1 = x'_1$

$0.x_1 + 0.x'_1 = 0$

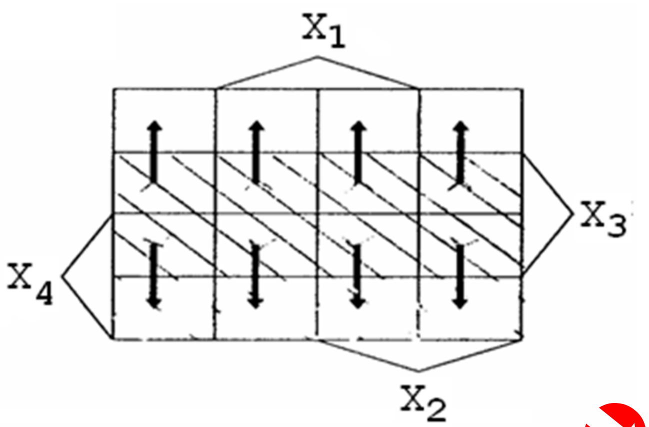
MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (1)

- Kompresi dari 4 variabel (x_1, x_2, x_3, dan x_4) menjadi 3 variabel
- Contoh 1: $\mathbf{x_4}$ dimasukkan *(entered)*

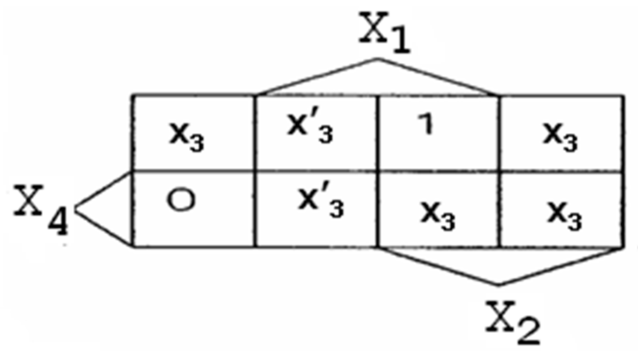


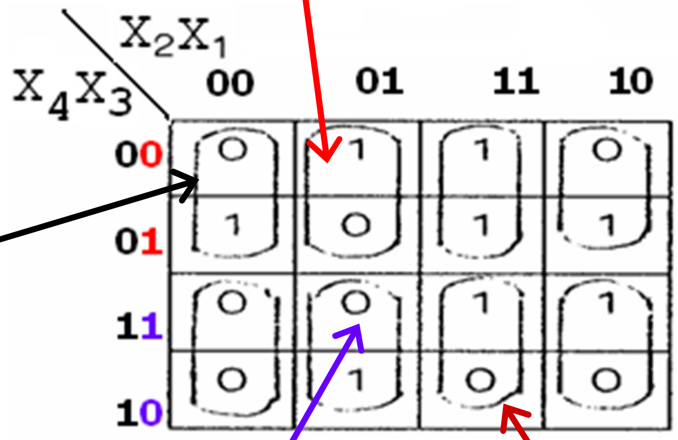
MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (2)

- Contoh 2: **x_3** dimasukkan *(entered)*



$1.x'_3 + 0.x_3 = x'_3$





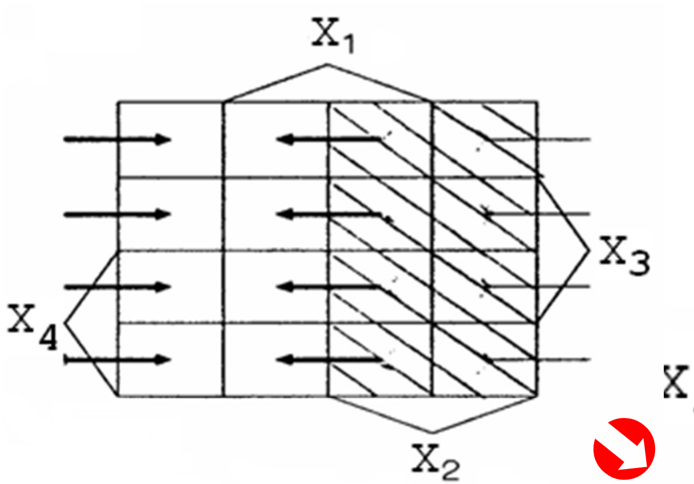
$1.x_3 + 0.x'_3 =$
x_3

$1.x'_3 + 0.x_3 = x'_3$

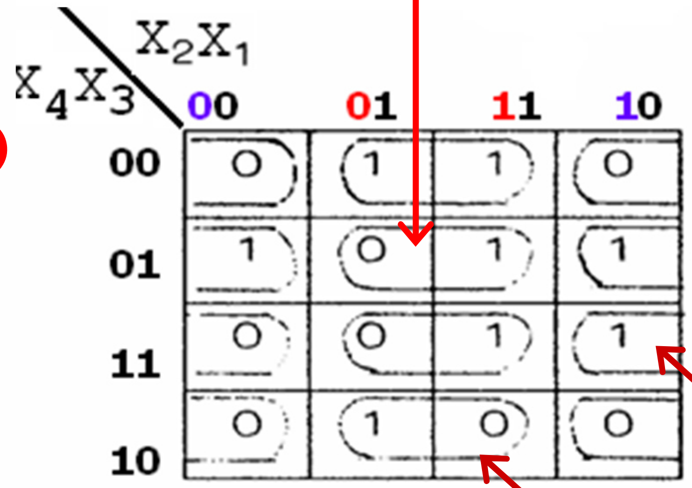
$1.x_3 + 0.x'_3 = x_3$

MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (3)

- Contoh 3: **x_2** dimasukkan *(entered)*

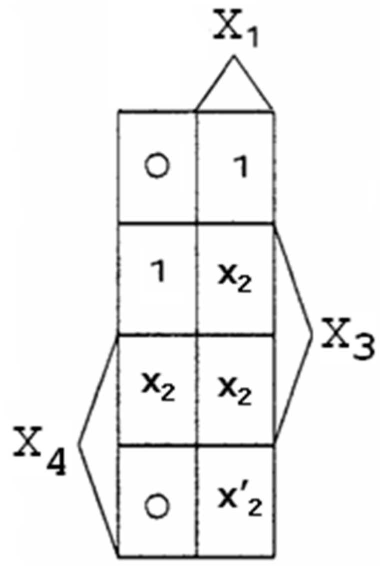


$0.x'_2 + 1.x_2 = x_2$



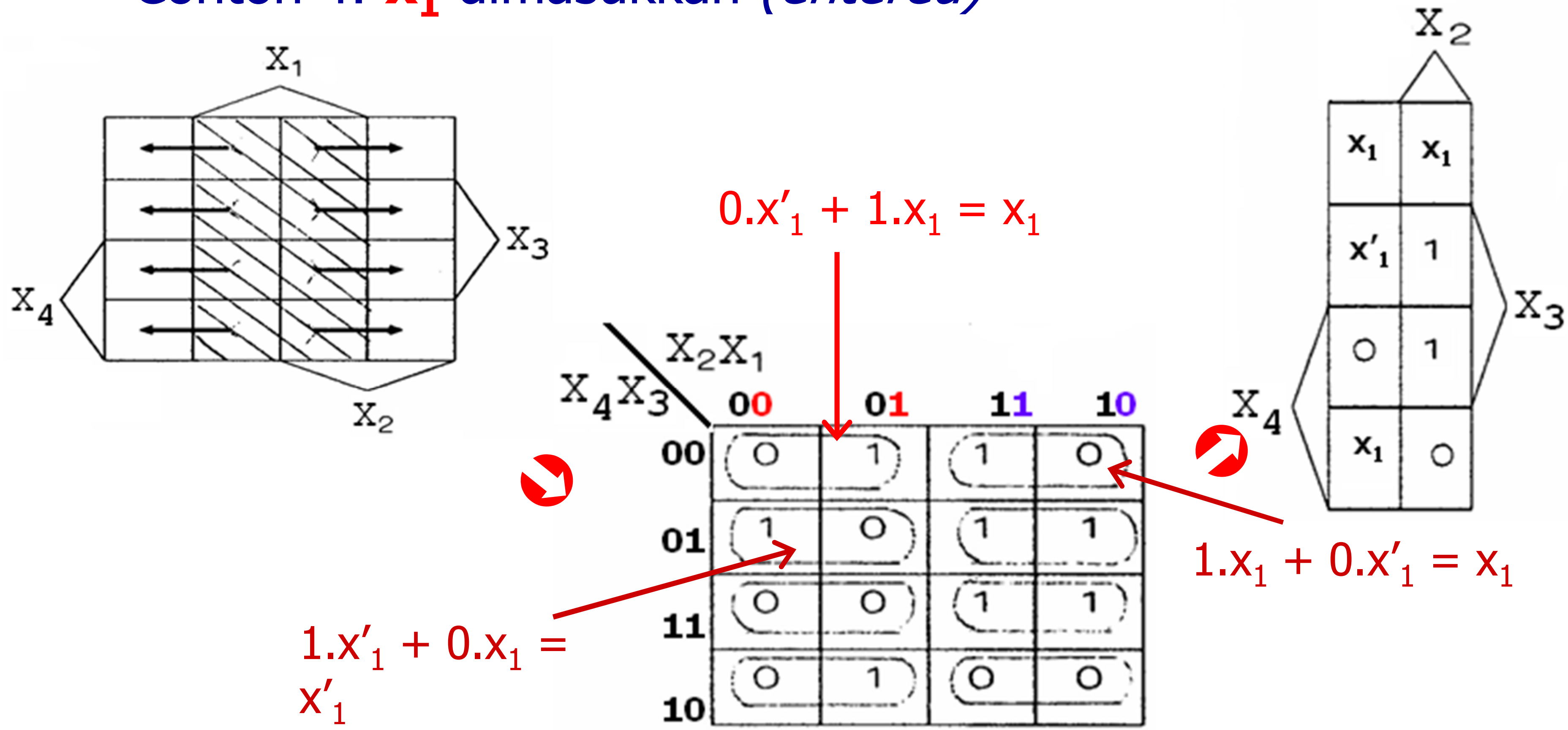
$0.x'_2 + 1.x_2 = x_2$

$1.x'_2 + 0.x_2 = x'_2$



MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (4)

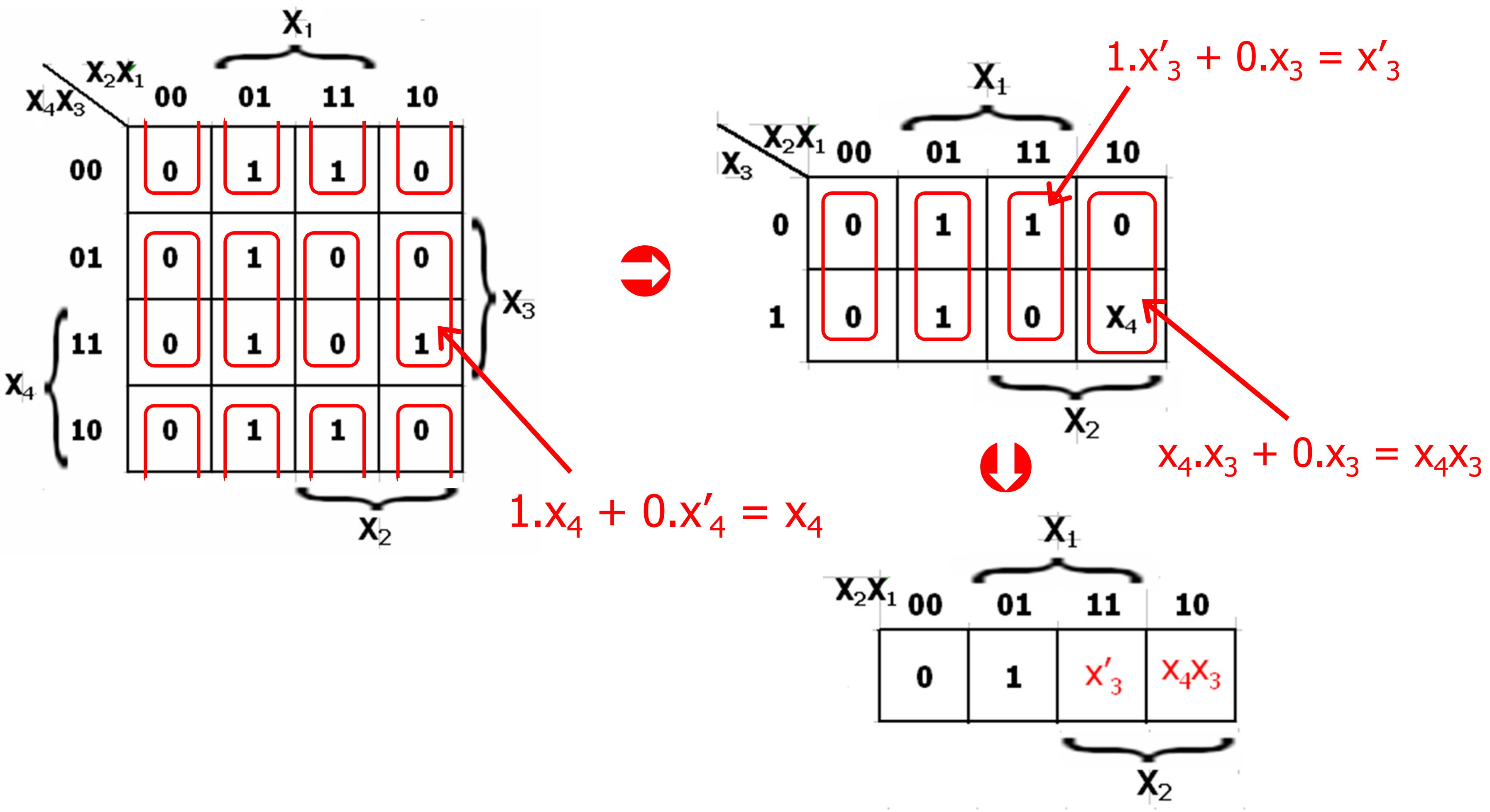
- Contoh 4: $\mathbf{x_1}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (1)

(Cara 1)

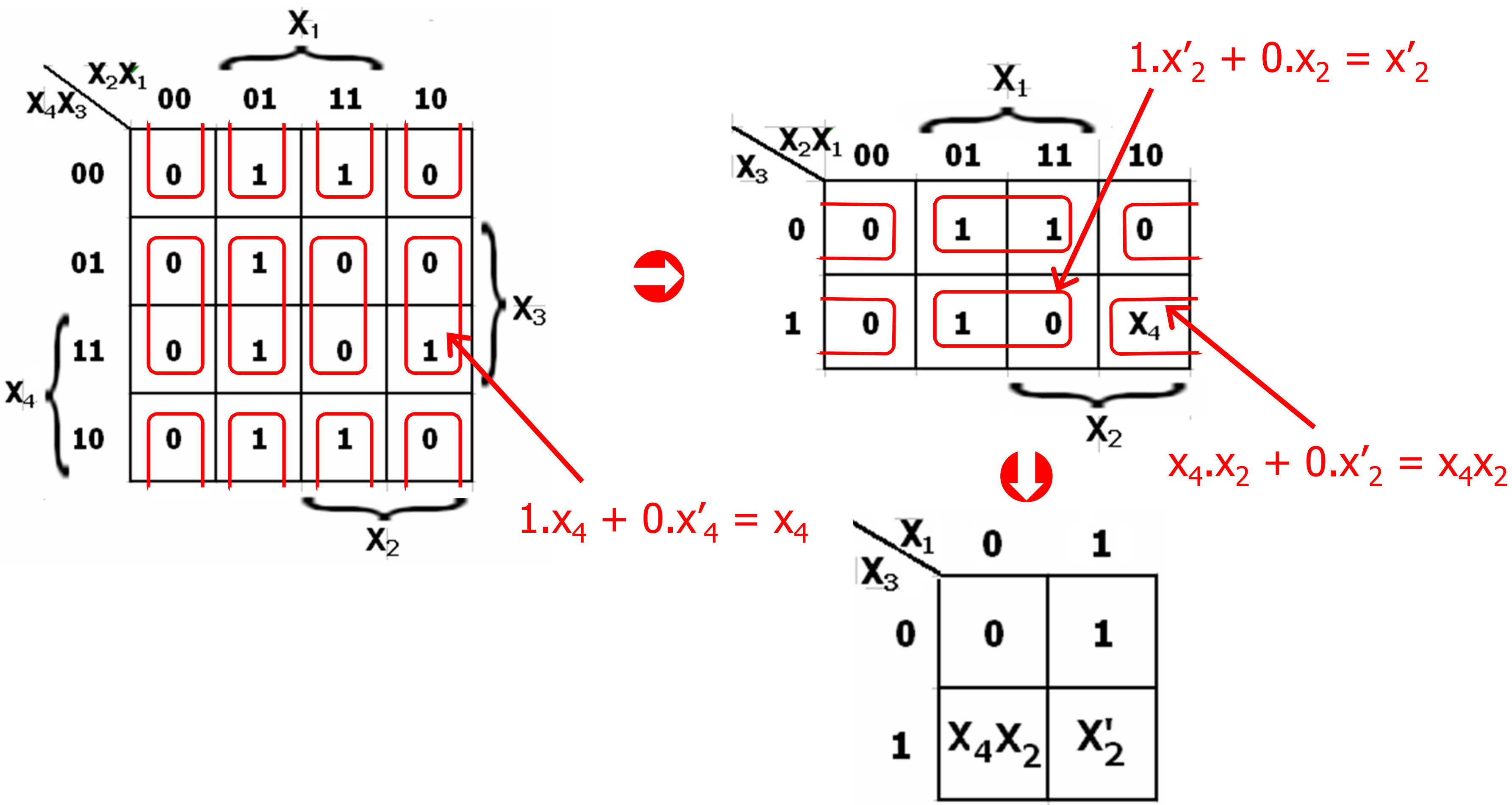
- Contoh 1: $\mathbf{x_4}$ dan $\mathbf{x_3}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (2)

(Cara 1)

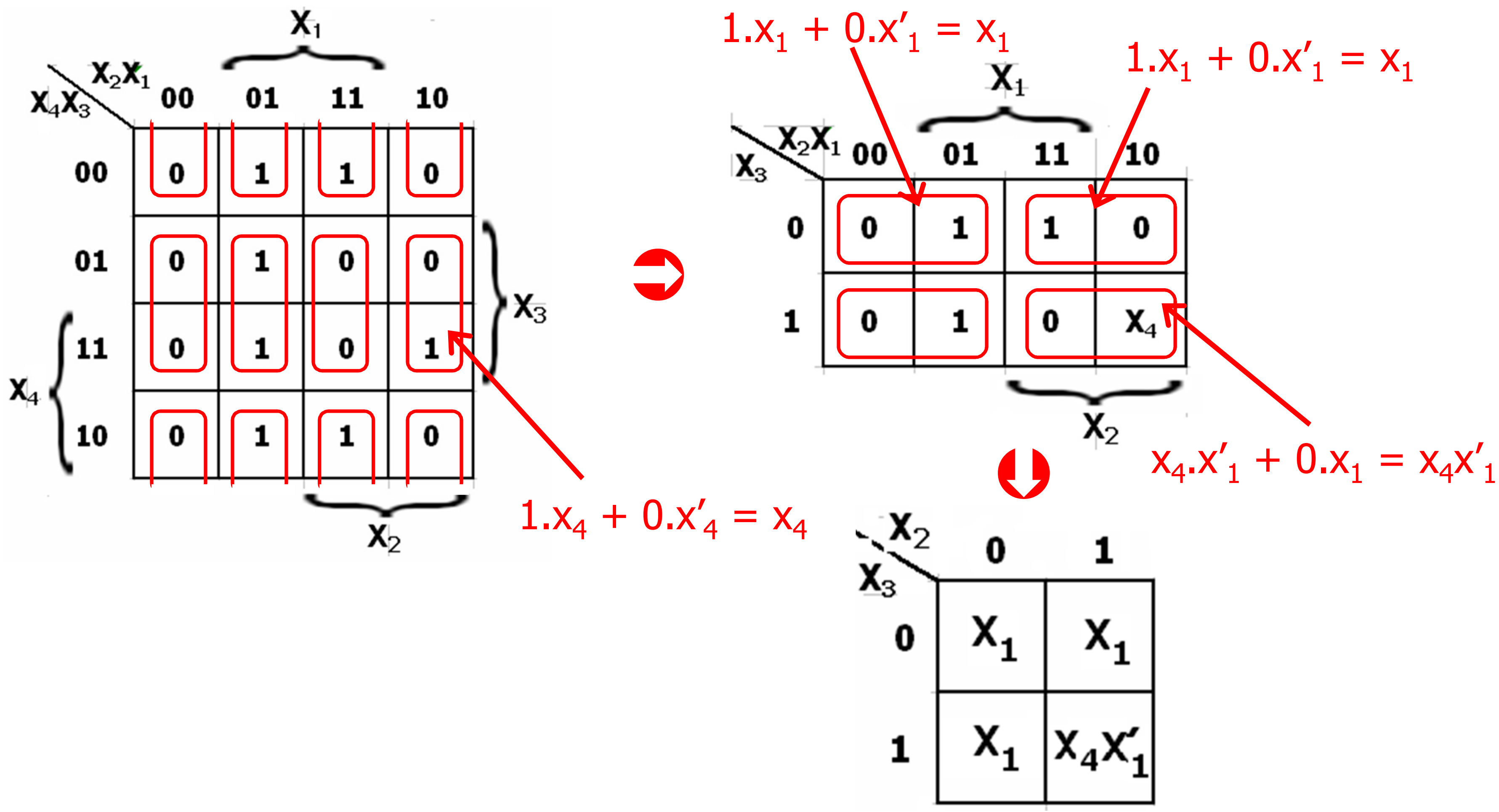
- Contoh 2: $\mathbf{x_4}$ dan $\mathbf{x_2}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (3)

(Cara 1)

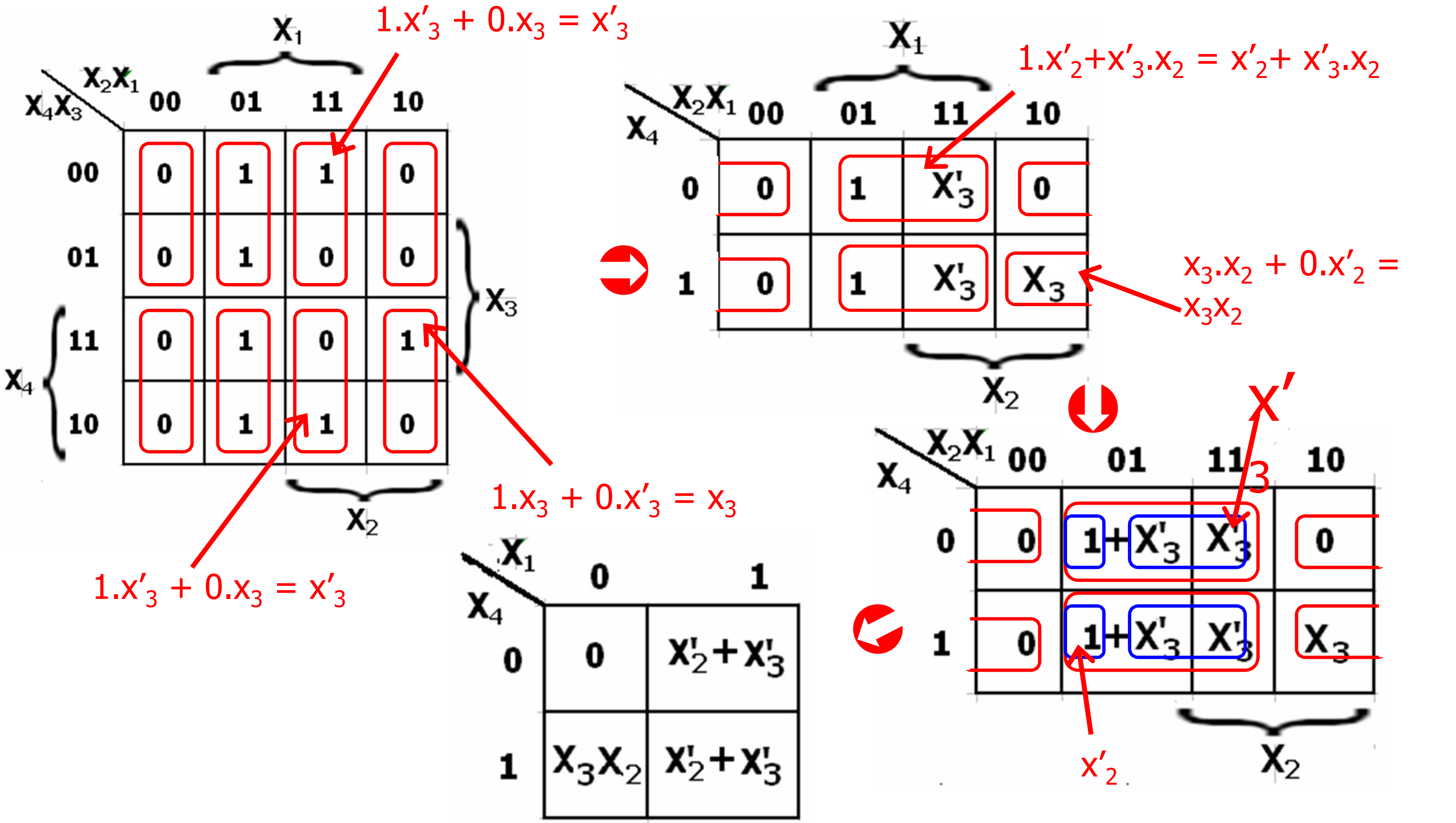
- Contoh 3: $\mathbf{x_4}$ dan $\mathbf{x_1}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (4)

(Cara 1)

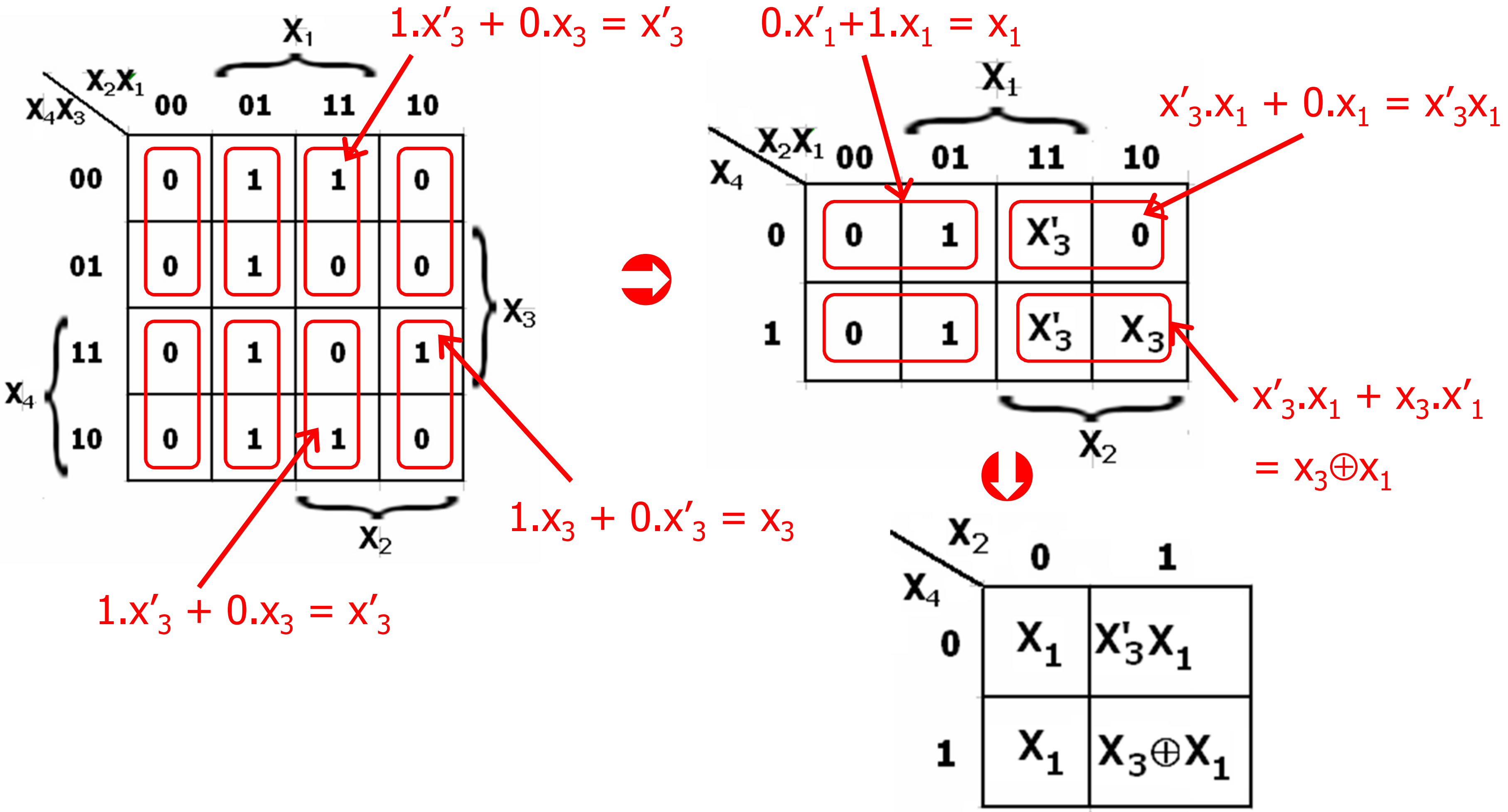
- Contoh 4: $\mathbf{x_3}$ dan $\mathbf{x_2}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (5)

(Cara 1)

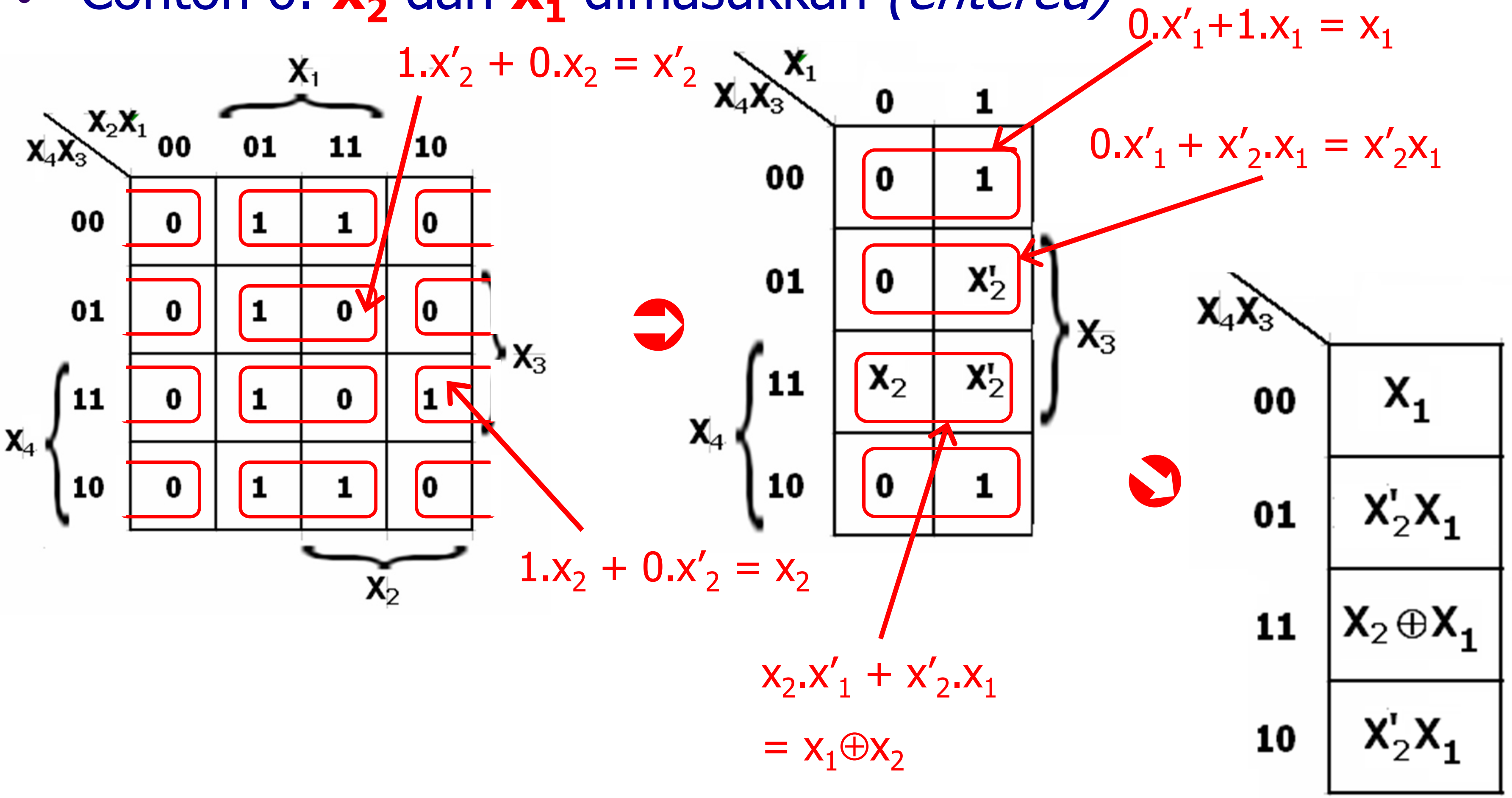
- Contoh 5: $\mathbf{x_3}$ dan $\mathbf{x_1}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (6)

(Cara 1)

- Contoh 6: $\mathbf{x_2}$ dan $\mathbf{x_1}$ dimasukkan *(entered)*



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (1)

(Cara 2)

- Contoh 1: $\mathbf{x_4}$ dan $\mathbf{x_3}$ dimasukkan

x_4x_3 \ x_2x_1	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

$\Rightarrow$

x_4x_3 \ x_2x_1	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

x_4x_3

$x_4x'_3+x'_4x'_3 =$

$x'_3(x_4+x'_4) = x'_3$

x_2x_1	00	01	11	10
	0	1	x'_3	x_4x_3

MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (2)

(Cara 2)

- Contoh 2: x_4 dan x_2 dimasukkan

$X_4X_3 \backslash X_2X_1$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

$X_4X_3 \backslash X_2X_1$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

x_4x_2

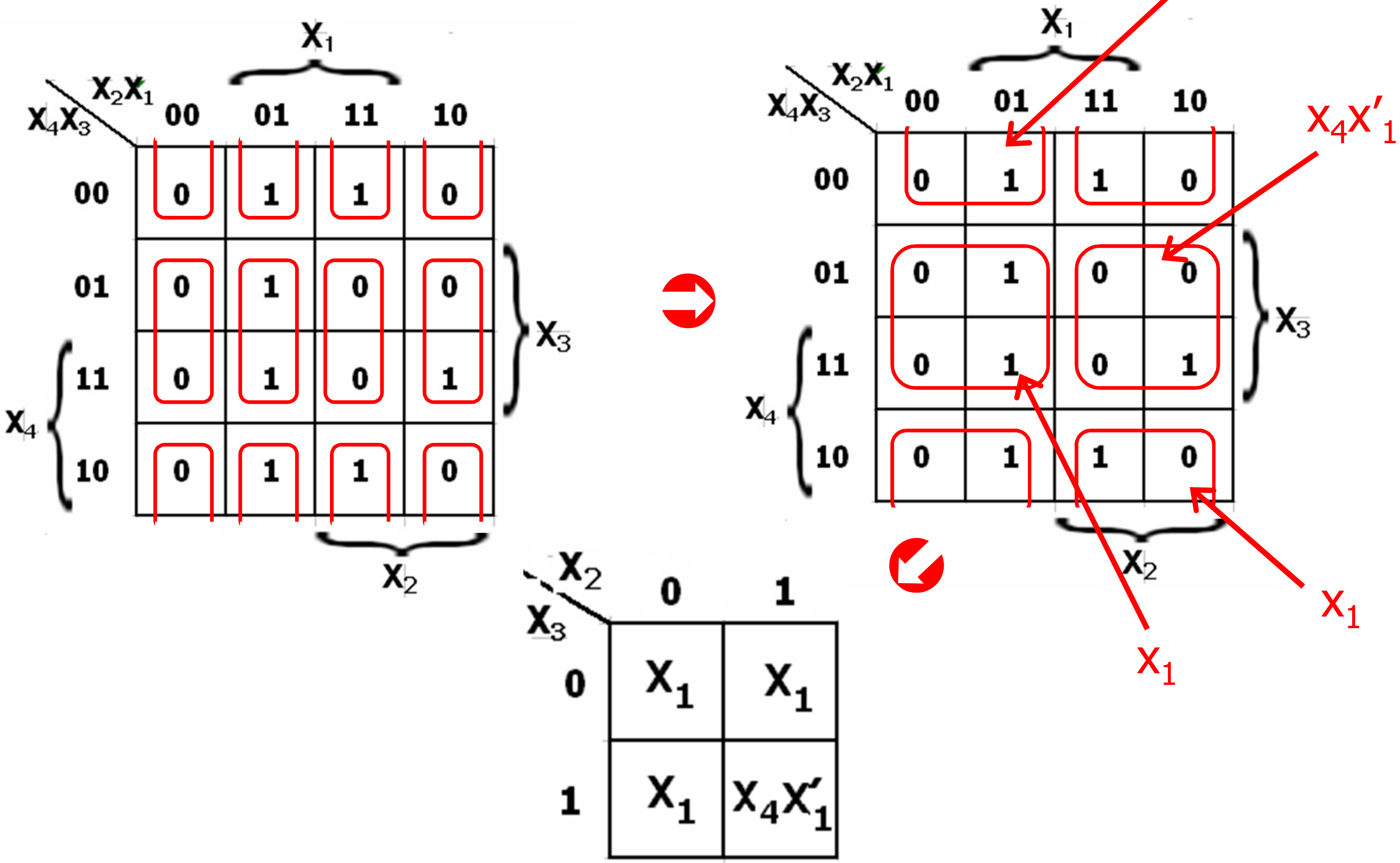
x'_2

$X_3 \backslash X_1$	0	1
0	0	1
1	X_4X_2	X'_2

MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (3)

(Cara 2)

- Contoh 2: $\mathbf{x_4}$ dan $\mathbf{x_1}$ dimasukkan



MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (4)

(Cara 2)

- Contoh 2: x_3 dan x_2 dimasukkan

$x_4x_3 \backslash x_2x_1$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

$x_4x_3 \backslash x_2x_1$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

$x'_2+x'_3$

x_2x_3

$x'_2+x'_3$

$x_4 \backslash x_1$	0	1
0	0	$x'_2+x'_3$
1	x_3x_2	$x'_2+x'_3$

MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (5)

(Cara 2)

- Contoh 2: x_3 dan x_1 dimasukkan

$x_4x_3 \backslash x_2x_1$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

$x_4x_3 \backslash x_2x_1$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

x'_3x_1

x_1

$x_1x'_3+$
x'_1x_3

$= x_1 \oplus x_3$

$x_4 \backslash x_2$	0	1
0	x_1	x'_3x_1
1	x_1	$x_3 \oplus x_1$

MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (6)

(Cara 2)

- Contoh 6: $\mathbf{x_2}$ dan $\mathbf{x_1}$ dimasukkan *(entered)*

x_4x_3 \ x_2x_1	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

➡

x_4x_3 \ x_2x_1	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

x_1

$x'_2.x_1$

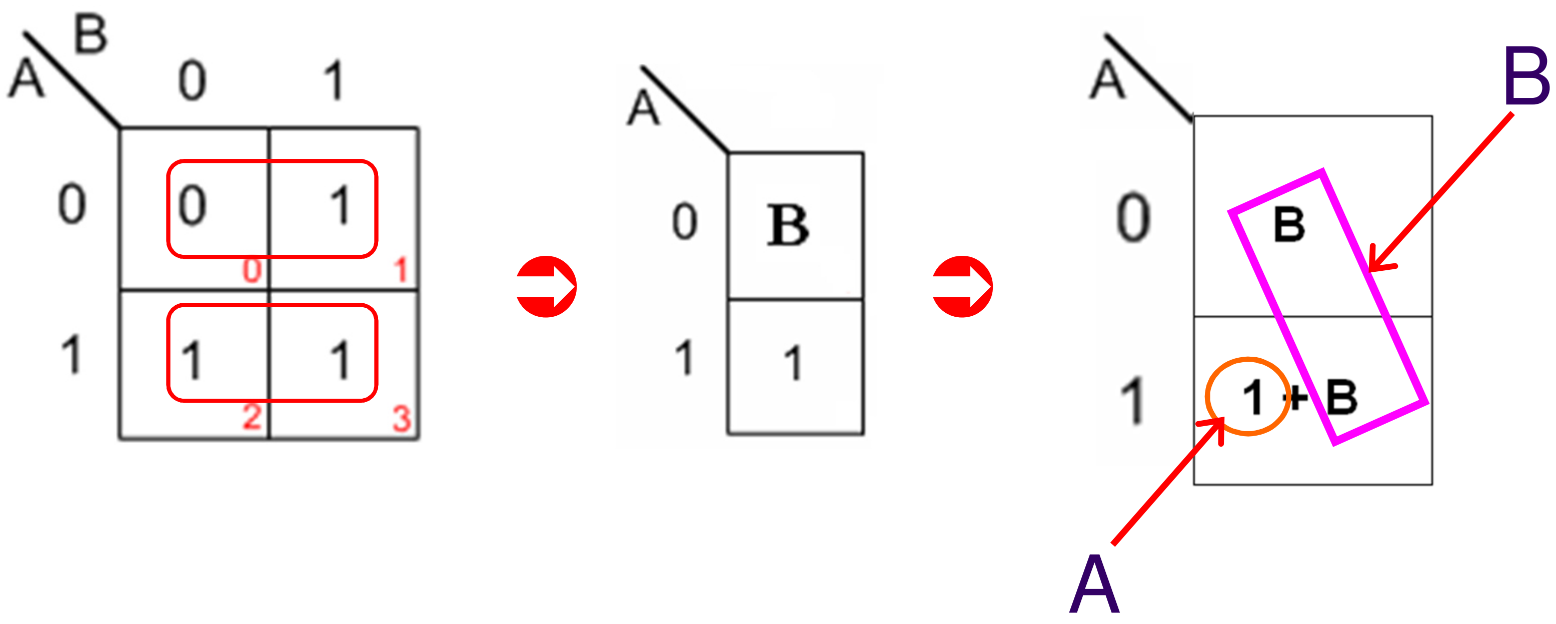
$x'_2.x_1 + x_2.x'_1$

$= x_2 \oplus x_1$

x_4x_3	
00	x_1
01	x'_2x_1
11	$x_2 \oplus x_1$
10	x_1

Minimisasi dengan MEV (1)

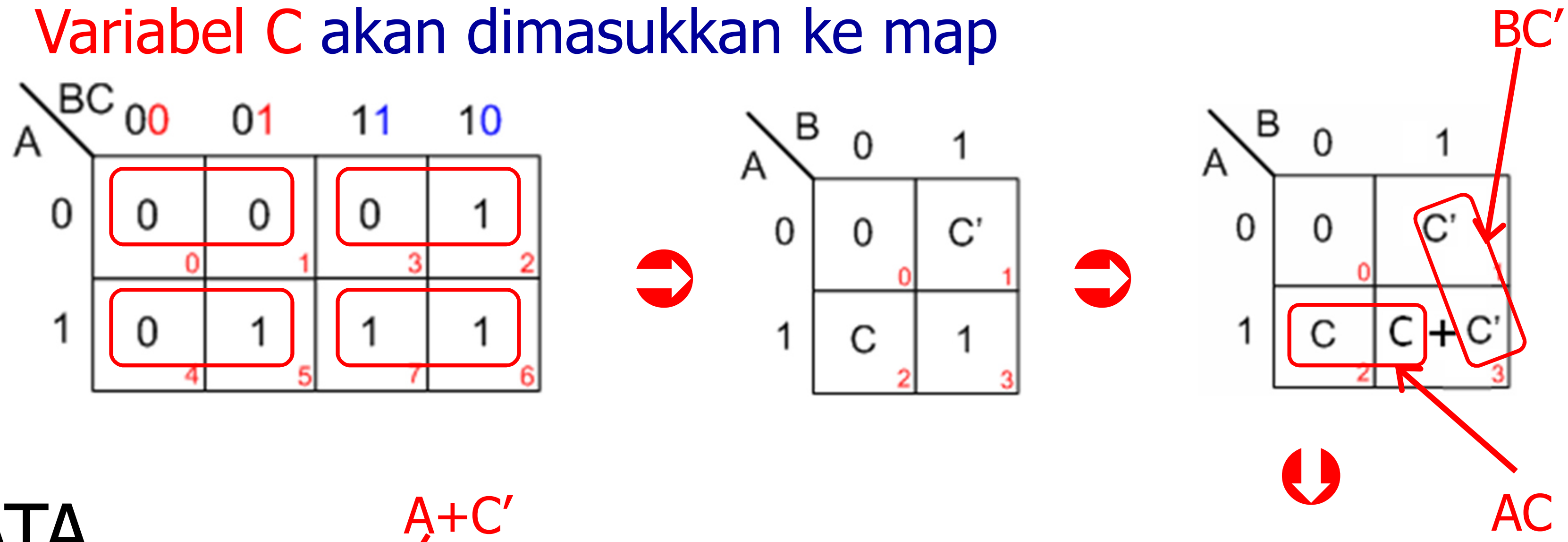
- Contoh 1: f(A,B) = A'B + AB' + AB
- Variabel B akan dimasukkan ke map



f(A,B) = A + B

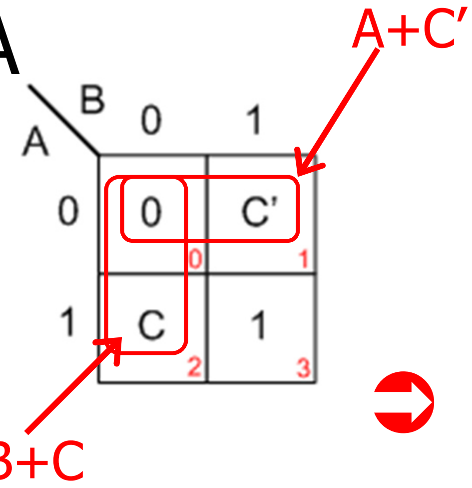
Minimisasi dengan MEV (2)

- Contoh 2: $f(A,B,C) = \sum m(2,5,6,7)$
- Variabel C akan dimasukkan ke map



Bentuk SOP: $f(A,B,C) = AC + BC'$

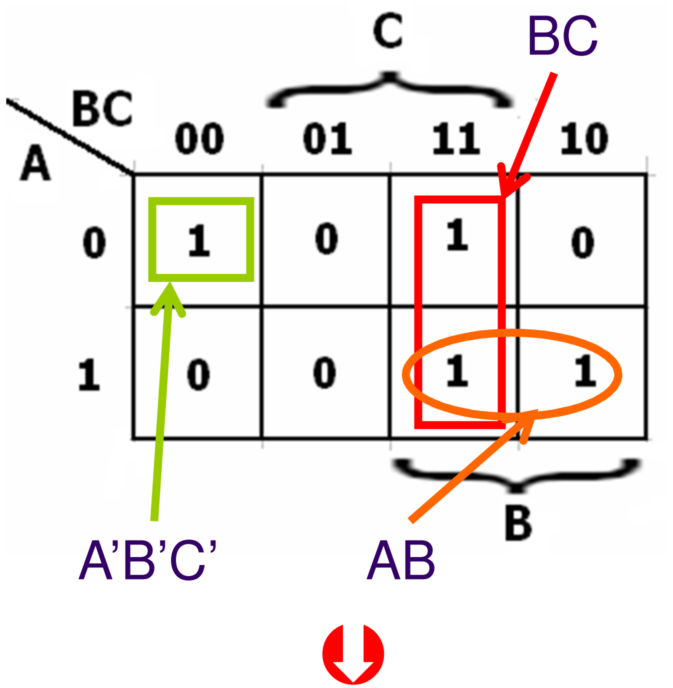
ATAU:



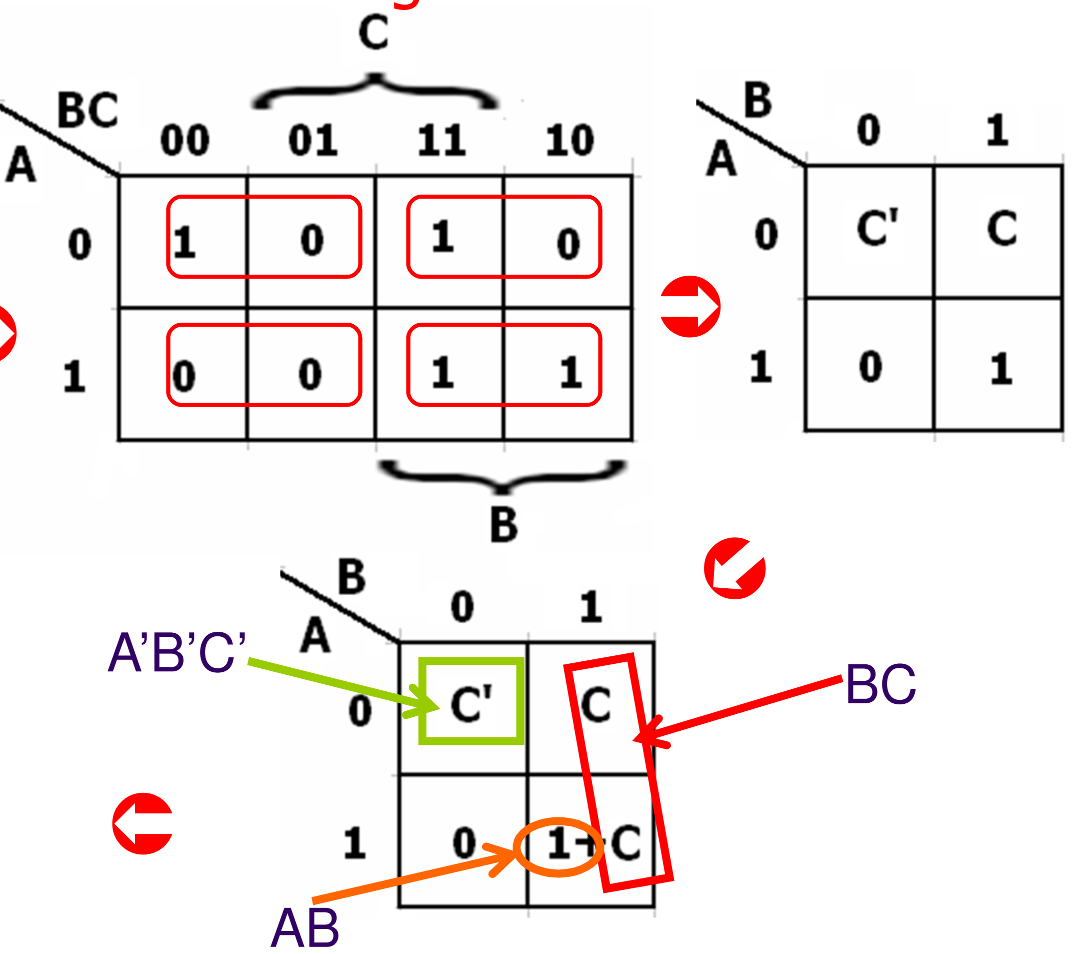
Bentuk POS: $f(A,B,C) = (A+C')(B+C)$

Minimisasi dengan K-Map dan MEV (1)

- Contoh 3: $f(A,B,C) = \sum m(0,3,6,7)$
- Dengan K-map:



- Dengan MEV:



$f(A,B,C) = AB+BC+A'B'C'$

Minimisasi dengan K-Map dan MEV (2)

- Latihan:
  - $y(A,B,C,D) = \prod M(0,1,6,8,9,11,14,15)$
  - $T(A,B,C,D) = \sum m(3,4,6,7,11,14) + \Phi(0,2,15)$
    - Φ = don't care
  - $f(A,B,C,D,E) = \sum m(0,1,2,3,8,9,10,11,14,20,21,22,25)$
  - $f(A,B,C,D,E,F) = \sum m(0,2,4,6,8,10,12,14,16,20,23,32,$
    $34,36,38,40,42,44,45,46,49,51,57,$
    $59,60,61,62,63)$

Penyederhanaan-McCluskey

Metoda Quine McCluskey digunakan untuk menyederhanakan fungsi Boolean dengan 4 atau lebih variabel

Algoritma :

1. nyatakan variabel komplemen dengan ‘0’, sebaliknya ‘1’,
2. kelompokkan suku-suku berdasarkan jumlah ‘1’,
3. kombinasikan suku-suku tersebut dengan kelompok lain yang jumlah ‘1’-nya berbeda satu,

   → diperoleh bentuk prime yang lebih sederhana
4. mencari *prime-implicant*, term yang menjadi calon yang terdapat dalam fungsi sederhana,
5. memilih *prime-implicant* yang mempunyai jumlah literal paling sedikit

Penyederhanaan-McCluskey

Contoh :

Sederhanakanlah fungsi Boolean dibawah ini :

$F = \sum m(0, 1, 2, 8, 10, 11, 14, 15)$

1. kelompokkan representasi biner untuk tiap minterm menurut jumlah digit 1

Desimal	Biner
0	0000
1	0001
2	0010
8	1000
10	1010
11	1011
14	1110
15	1111

Penyederhanaan-McCluskey

Dari tabel konversi tersebut dapat dilihat bahwa jumlah digit adalah

	w	x	y	z
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
8	1	0	0	0
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

Jumlah Digit 1	Desimal
0	0
1	1, 2, 8
2	10
3	11, 14
4	15

Penyederhanaan-McCluskey

2. Kombinasikan minterm dari satu bagian de… mempunyai nilai bit yang sama … si yang berbeda diganti dengan ta…

	w	x	y	z	
0	0	0	0	0	√
1	0	0	0	1	√
2	0	0	1	0	√
8	1	0	0	0	√
10	1	0	1	0	√
11	1	0	1	1	√
14	1	1	1	0	√
15	1	1	1	1	√

Misal

bagian I : 0000

bagian II : 0001

→ **000-**

	w	x	y	z
0, 1	0	0	0	-
0, 2	0	0	-	0
0, 8	-	0	0	0
2, 10	-	0	1	0
8, 10	1	0	-	0
10, 11	1	0	1	-
10, 14	1	-	1	0
11, 15	1	-	1	1
14, 15	1	1	1	-

Penyederhanaan-McCluskey

3. Kelompokkan hasil minterm tahap 2) seperti tahap 1) kemudian lakukan seperti pada tahap 2)

	w	x	y	z	
0, 1	0	0	0	-	
0, 2	0	0	-	0	√
0, 8	-	0	0	0	√
2, 10	-	0	1	0	√
8, 10	1	0	-	0	√
10, 11	1	0	1	-	√
10, 14	1	-	1	0	√
11, 15	1	-	1	1	√
14, 15	1	1	1	-	√

	w	x	y	z
0, 2, 8, 10	-	0	-	0
0, 8, 2, 10	-	0	-	0
10, 11, 14, 15	1	-	1	-
10, 14, 11, 15	1	-	1	-

Penyederhanaan-McCluskey

4. mencari *prime-implicant*, term yang menjadi calon yang terdapat dalam fungsi sederhana,

	w	x	y	z	
0, 1	0	0	0	-	A
0, 2	0	0	-	0	√
0, 8	-	0	0	0	√
2, 10	-	0	1	0	√
8, 10	1	0	-	0	√
10, 11	1	0	1	-	√
10, 14	1	-	1	0	√
11, 15	1	-	1	1	√
14, 15	1	1	1	-	√

	w	x	y	z	
0, 2, 8, 10	-	0	-	0	B
0, 8, 2, 10	-	0	-	0	
10, 11, 14, 15	1	-	1	-	C
10, 14, 11, 15	1	-	1	-	

Penyederhanaan-McCluskey

5. Memilih Prime-Implicant

	w	x	y	z	
0, 1	0	0	0	-	A
0, 2	0	0	-	0	√
0, 8	-	0	0	0	√
2, 10	-	0	1	0	√
8, 10	1	0	-	0	√
10, 11	1	0	1	-	√
10, 14	1	-	1	0	
11, 15	1	-	1	1	
14, 15	1	1	1	-	

	w	x	y	z	
0, 2, 8, 10	-	0	-	0	B
0, 8, 2, 10	-	0	-	0	
10, 11, 14, 15	1	-	1	-	C
10, 14, 11, 15	1	-	1	-	

	0	1	2	8	10	11	14	15
A	x	x						
B	x		x	x	x			
C					x	x	x	x

Penyederhanaan-McCluskey

	√	√	√	√	√	√	√	√
	0	1	2	8	10	11	14	15
A	x	⊗						
B	⊗		⊗	⊗	x			
C					⊗	⊗	⊗	⊗

	w	x	y	z
10, 11, 14, 15	1	-	1	-
0, 2, 8, 10	-	0	-	0
0, 1	0	0	0	-

$$F = C + B + A$$

$$= wy + x'z' + w'x'y'$$

Penyederhanaan-McCluskey

Sederhanakanlah fungsi Boolean $F = \sum m(0, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 13)$

Langkah 2,

Lang

	w	x	y	z	
0	0	0	0	0	√
2	0	0	1	0	√
4	0	1	0	0	√
8	1	0	0	0	√
5	0	1	0	1	√
6	0	1	1	0	√
10	1	0	1	0	√
11	1	0	1	1	√
13	1	1	0	1	√

	w	x	y	z
0, 2	0	0	-	0
0, 4	0	-	0	0
0, 8	-	0	0	0
2,6	0	-	1	0
2,10	-	0	1	0
4, 5	0	1	0	-
4, 6	0	1	-	0
8,10	1	0	-	0
5, 13	-	1	0	1
10, 11	1	0	1	-

Penyederhanaan-McCluskey

	w	x	y	z	
0,2,4,6	0	-	-	0	D
0,2,8,10	-	0	-	0	E

4, 5	0	1	0	-	A
5, 13	-	1	0	1	B
10, 11	1	0	1	-	C

Langkah 5,

	√	√	√	√	√	√	√	√	√
	0	2	4	5	6	8	10	11	13
A			x	x					
B				⊗					⊗
C							x	⊗	
D	⊗	⊗	⊗		⊗				
E	x	x				⊗	⊗		

Penyederhanaan-McCluskey

4, 5	0	1	0	-	A
5, 13	-	1	0	1	B
10, 11	1	0	1	-	C
0,2,4,6	0	-	-	0	D
0,2,8,10	-	0	-	0	E

$$f(w,x,y,z) = \sum m(0, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 13)$$

$$= B + C + D + E$$

$$= xy'z + wx'y + w'z' + x'z'$$