Logika Matematika

Andrian Rakhmatsyah
Teknik Informatika IT Telkom

OUTLINE

- ATURAN PENILAIAN
- SYLABUS
- PUSTAKA
- TEORI HIMPUNAN
- BAB I ALJABAR BOOLEAN

PENILAIAN

- UTS : 35%
- UAS : 40%
- KUIS : 20%
- PR/PRAKTEK : 5%

→ Flexible

ATURAN

- Jumlah Pertemuan = 14 Minggu
- Kehadiran ≥ 75% Syarat Ujian (UTS dan UAS)
- Tidak Ada Kuis Susulan
- UTS, UAS Susulan oleh Prodi
- Ujian Remedial (optional)
- Kuis Dadakan
- No ‘Sandal’

NILAI AKHIR

NMA ≥ ARR+1,25 * STDEV	: A
ARR ≤ NMA < ARR+1,25 * STDEV	: B
ARR-1,25 * STDEV ≤ NMA < ARR	: C
40.00 ≤ NMA < ARR-1,25 * STDEV	: D
NMA < 40.00	

NMA : Nilai Mahasiswa Akhir

ARR : Rata-rata Nilai Akhir ≥ 40.00

STDEV: Simpangan Baku Nilai Akhir ≥ 40

SYLABUS

BAB 1. ALJABAR BOOLEAN

BAB 2. KALKULUS PROPOSISI

BAB 3. KALKULUS PREDIKAT

BAB 4. PENGANTAR PROLOG

BAB 5. INDUKSI MATEMATIKA

PUSTAKA

- Sri widowati, Andrian Rakhmatsyah, *Diktat Logika Matematika*, Jurusan Teknik Informatika STT Telkom, 2002
- Korfhage, Robert. *Logic And Algotrihms*. USA. 1966
- Tinder, Richard F., *Digital Engineering Design A Modern Approach*, Prentice-Hall International, Inc., 1991
- Munir, Rinaldi., *Matematika Diskrit*, Penerbit Informatika, Bandung, 2001
- Zohar Manna. *The Logical Basis For Computer Programming*. Addison Wesley Publishing. 1985
- Rosen, Kenneth H.,*Discrete Mathematic and Its Applications*, 4th edition, McGraw Hill International Editions, 1999
- T. Van Le, *Techniques Of Prolog Programming with implementation pof logical negation and quantified goals*, John Wiley & Sons, Inc., 1993

Logika Matematika

Teori Himpunan

Andrian Rakhmatsyah
Teknik Informatika IT Telkom

Teori Himpunan-Pengertian

- Himpunan adalah kumpulan obyek yang berbeda tetapi memiliki sifat yang serupa,
- Sifat serupa ini menjadi syarat keanggotaan himpunan,
- Elemen himpunan merupakan anggota dari suatu himpunan,
- Himpunan direpresentasikan dengan huruf kapital A, B, C, dan seterusnya,
- Elemen himpunan direpresentasikan dengan huruf kecil a, b, c, dan seterusnya,
- Simbol dari elemen A ditulis sebagai $1 \in A$, $0 \in A$,
- Simbol dari bukan elemen A ditulis sebagai $x \notin A$,

Teori Himpunan-Representasi

Terdapat 4 metoda untuk merepresentasikan himpunan, yaitu.

1. **Enumerasi**

   Dengan menyebutkan semua (satu per satu) elemen himpunan

   Contoh,

   B = {1, 2, 3, 4, 5}

   D = {apel, mangga, jambu}

2. **Notasi khusus himpunan atau simbol standar**

   Dengan simbol-simbol standar yang biasa digunakan untuk mewakili suatu himpunan, contoh

   P = himpunan bilangan integer positif = {1 , 2, 3, ...}

   Q = himpunan bilangan natural = {0 , 1, 2, ...}

   Z = himpunan bilangan rasional = {... , -2, -1, 0, 1, 2, ...}

Teori Himpunan-Representasi

3. **Notasi pembentuk himpunan**

Dengan menyebutkan sifat atau syarat keanggotaan dari himpunan.

Contoh, $B = \{ x \mid x \leq 5 , x \in A \}$

Aturan dalam penulisan syarat keanggotaan himpunan :

- bagian kiri tanda '|' melambangkan elemen himpunan,
- tanda '|' dibaca sebagai *dimana* atau *sedemikian sehingga,*
- bagian di kanan tanda '|' menunjukkan syarat keanggotaan himpunan,
- setiap tanda ',' dibaca sebagai *dan.*

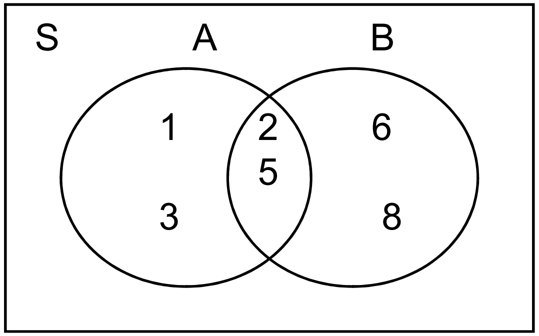
Teori Himpunan-Representasi

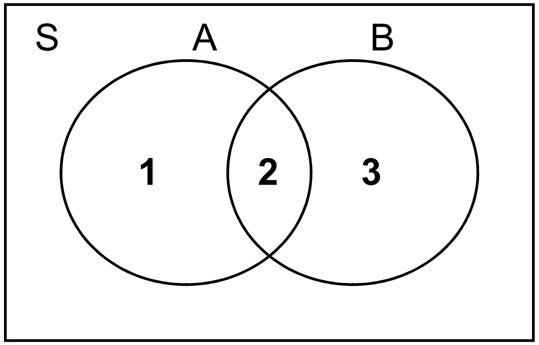
4. **Diagram venn**

   Dengan menggambarkan keberadaan himpunan terhadap himpunan lain. Himpunan Semesta (S) digambarkan sebagai suatu segi empat sedangkan himpunan lain digambarkan sebagai lingkaran.

   Contoh,

   S = { 1,2, … , 7, 8 }; A = { 1,2,3,5 }; B = { 2,5,6,8 }





Himpunan	Area
A	1,2
B	2,3
$A \cap B$	2
$A \cup B$	1, 2, 3

Teori Himpunan-Kardinalitas

- Untuk menyatakan banyaknya elemen suatu himpunan berhingga,
- Jumlah elemen A disebut kardinalitas dari himpunan A,
- Simbol : $| A | = 3$ atau $| K | = 0$.

Himpunan-Himpunan Khusus (1)

- **Himpunan semesta/*universal***
  Simbol : S atau U

- **Himpunan kosong (*Null Set*)**
  Adalah himpunan yang tidak memiliki elemen
  Simbol : { } atau $\varnothing$
  Contoh : $F = \{ x \mid x < x \}$

Himpunan-Himpunan Khusus (2)

- **Himpunan bagian (*Subset*)**

  A adalah subset dari B jika dan hanya jika setiap elemen A juga merupakan elemen B.

  Simbol : $A \subseteq B$

  Contoh :

  $A = \{ (x,y) \mid x + y < 4 \}$ dan $B = \{ (x,y) \mid 2x + y < 4 \}$

  Maka $A \subseteq B$

  Catatan :

  $\varnothing \subseteq A$ dan $A \subseteq A$

  $\varnothing$ dan A dikatakan sebagai himpunan bagian tak sebenarnya (*improver subset*) dari himpunan A

Himpunan-Himpunan Khusus (3)

- **Himpunan bagian yang sebenarnya (*proper subset*)**

  Jika $A \subseteq B$ dimana $B \neq \varnothing$ dan $B \neq A$, maka B dikatakan himpunan bagian sebenarnya dari A

- **Himpunan yang sama**

  Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen B dan sebaliknya setiap elemen B juga merupakan elemen A.

  Simbol : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

Himpunan-Himpunan Khusus (4)

- **Himpunan yang ekivalen**
  Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himupunan tersebut sama.
  Simbol : $A \sim B$

- **Himpunan saling lepas (*disjoint*)**
  Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas jika tidak memiliki elemen yang sama.
  Contoh :
  $A = \{ x \mid x < 8, x \in P \}$; $B = \{ 10, 20, 30, \ldots \}$
  Maka A dan B adalah himpunan yang saling lepas.

Teori Himpunan-Operasi (1)

- **Irisan (*intersection*)**

  Irisan dari himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap elemennya merupakan elemen dari himpunan A dan himpunan B.

  Simbol, $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$

  Contoh :

  $A = \{ 3, 5, 9 \}$

  $B = \{ -2, 6 \}$

  $A \cap B = \{ \}$

- **Gabungan (*Union*)**

  Gabungan dari himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B atau anggota keduanya.

  Simbol : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$

Teori Himpunan-Operasi (2)

- **Komplemen suatu himpunan**

  Komplemen dari suatu himpunan A terhadap suatu himpunan semesta adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen S yang bukan elemen A.

  Simbol : $A` = \{ x \mid x \in S \text{ dan } x \notin A \} = S - A$

- **Selisih**

  Selisih dari 2 buah himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen A dan bukan elemen B. Selisih antara A dan B dapat juga dikatakan sebagai komplemen himpunan B relatif terhadap himpunan A

  Simbol : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap B'$

Teori Himpunan-Operasi (3)

- **Perbedaan simetris (*Symmetric Difference*)**

  Perbedaan simetris dari himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang elemennya ada pada himpunan A atau B tetapi tidak pada keduanya.

  Simbol :

  $A \Delta B = A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

  Contoh :

  $A = \{2, 4, 6\}$; $B = \{2, 3, 5\}$

  $A \oplus B = \{3, 4, 5, 6\}$

Aljabar Himpunan

Aljabar himpunan mempunyai sifat yang analogi dengan aljabar aritmetika. Operasi pada aljabar aritmetika adalah penambahan (+) dan perkalian (•).

Sifat-sifat operasi pada aljbar aritmetika, misal a, b, c, adalah sembarang bilangan.

- **Tertutup (*Closure*)**

  A1 : $a + b$ adalah bilangan

  M1 : $a \bullet b$ adalah bilangan

- **Assosiatif**

  A2 : $(a + b) + c = a + (b + c)$

  M2 : $(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$

Aljabar Himpunan (1)

- **Identitas**

  A3 : Ada sebuah bilangan unik yaitu nol (0) sedemikian sehingga untuk semua bilangan berlaku bahwa

  $a + 0 = 0 + a = a$

  M3 : Ada sebuah bilangan unik yaitu 1 (satu) sedemikian sehingga untuk semua bilangan berlaku bahwa

  $a \bullet 1 = 1 \bullet a = a$

- **Invers**

  A4 : Untuk setiap bilangan a terdapat bilangan unik (-a) sedemikian sehingga berlaku

  $a + (-a) = (-a) + a = 0$

  M4 : Untuk setiap bilangan $a \neq 0$, terdapat bilangan unik (a^1) sedemikian sehingga berlaku

  $a \bullet a^1 = a^1 \bullet a = 1$

Aljabar Himpunan (2)

- **Komutatif**

  A5 : $a + b = b + a$

  M6 : $a \bullet b = b \bullet a$

- **Distributif**

  A6 : $a \bullet (b + c) = (a\, b) + (a\, c)$

  M6 : $(a + b) \bullet c = (a\, c) + (b\, c)$

Aljabar Himpunan (3)

Sifat-sifat tersebut berlaku pula pada aljabar himpunan dimana terdapat perubahan.

- Operator penjumlahan (+) diganti dengan operator perbedaan simetris (Δ),
- Operator perkalian ($\bullet$) diganti dengan operator irisan ($\cap$)
- Sifat M4 bilangan unik nol (0) diganti himpunan $\emptyset$, bilangan unik 1 diganti himpunan semesta S,
- A4 Bilangan unik (-a) diganti dengan A′, sedemikian sehingga berlaku,

  $A \,\Delta\, A' = S$ $\qquad\qquad$ $A \cap A' = \emptyset$

TRANSISI DARI HIMPUNAN KE LOGIKA

Pada dasarnya Aljabar Boolean memberikan perantaraan antara Aljabar himpunan dan logika sebagai berikut :

- operasi-operasi dasar dalam aljabar himpunan dengan 2 elemen yaitu $\varnothing$ dan **A**,

$\alpha \cup \beta$	$\varnothing$	A
$\varnothing$	$\varnothing$	A
A	A	A

$\alpha \cap \beta$	$\varnothing$	A
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
A	$\varnothing$	A

Jika diinterpretasikan sebagai aljabar boolean maka kedua elemen pada aljabar himpunan berkorespodensi dengan elemen pada aljabar Boolean yaitu **0** dan **1**

TRANSISI DARI HIMPUNAN KE LOGIKA

- operasi-operasi dasar dalam aljabar boolean dengan 2 elemen yaitu, **0** dan **1**,

	0	1
0	0	1
1	1	1

$\alpha + \beta$

	0	1
0	0	0
1	0	1

$\alpha \bullet \beta$

- operasi-operasi dasar dalam logika (kalkulus proposisi) melibatkan elemen ***false*** dan ***true***,

	False	True
False	False	True
True	True	True

$\alpha \vee \beta$

	False	True
False	False	True
True	False	True

$\alpha \wedge \beta$