

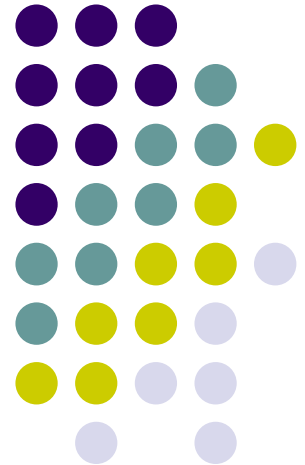
Logika Matematika

Aljabar Boolean



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

Andrian Rakhmatsyah
Teknik Informatika IT Telkom





Aljabar Boolean-Definisi

Sistem aljabar dengan dua operasi penjumlahan (+) dan perkalian (.) yang didefinisikan sehingga memenuhi ketentuan berikut ini :

- aturan A1 sampai dengan A5, M1 sampai M3, M5, D1, dan D2,
- setiap elemen a, b, c dari S mempunyai sifat-sifat atau aksioma-aksioma berikut ini.



Representasi Fungsi Boolean

A_1	$a + b \in S$	< closure >
M_2	$a.b \in S$	< closure >
A_2	$a + (b + c) = (a + b) + c$	< asosiatif >
M_2	$a . (b.c) = (a.b).c$	< asosiatif >
A_3	Jika $0 \in S$ maka untuk setiap $a \in S$, adalah $a + 0 = 0 + a = a$	< identitas >
M_3	Jika $1 \in S$ maka untuk setiap $a \in S$, adalah $a . 1 = 1 . a = a$	< identitas >
A_3	$a + b = b + a$	< komutatif >
M_3	$a.b = b.a$	< komutatif >
D_1	$a.(b+c) = a.b + a.c$	< distributif >
D_2	$(a + b) . c = a.c + b.c$	< distributif >
D_3	$a + (b.c) = (a + b) . (a + c)$	< distributif >
D_4	$(a.b) + c = (a + c) . (b + c)$	< distributif >
C_1	Untuk setiap $a \in S$, dan $a' \in S$, maka $a + a' = 1$ dan $a . a' = 0$	< komplemen >

Prinsip Dualitas (1)

- **Teorema 1 (*Idempoten*)**

Untuk setiap elemen a , berlaku:

$$a + a = a \quad \text{dan} \quad a \cdot a = a$$

- **Teorema 2**

Untuk setiap elemen a , berlaku:

$$a + 1 = 1 \quad \text{dan} \quad a \cdot 0 = 0$$

- **Teorema 3 (Hukum *Penyerapan*)**

Untuk setiap elemen a dan b , berlaku:

$$a + a \cdot b = a \quad \text{dan} \quad a \cdot (a+b) = a$$



Prinsip Dualitas (2)

- **Teorema 4 (Hukum de Morgan)**

Untuk setiap elemen a dan b , berlaku:

$$(a \cdot b)' = a' + b' \text{ dan } (a + b)' = a' \cdot b'$$

- **Teorema 5**

$$0' = 1 \text{ dan } 1' = 0$$

- **Teorema 6**

Jika suatu Aljabar Boolean berisi paling sedikit dua elemen yang berbeda,

maka $0 \neq 1$



Fungsi Boolean

- Misalkan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ merupakan variabel-variabel aljabar Boolean
- Fungsi Boolean dengan n variabel adalah fungsi yang dapat dibentuk dari aturan-aturan berikut:

- Fungsi **Konstan**

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = a$$

- Fungsi **Proyeksi**

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = x_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

- Fungsi **Komplemen**

$$g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = (f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n))'$$

- fungsi **gabungan**

$$h(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

$$h(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \cdot g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$



Bentuk Fungsi Boolean

Suatu fungsi Boolean dapat dinyatakan dalam bentuk yang berbeda tetapi memiliki arti yang sama

Contoh:

$$f_1(x,y) = x' \cdot y'$$

$$f_2(x,y) = (x + y)'$$

f_1 dan f_2 merupakan bentuk fungsi Boolean yang sama, yaitu dengan menggunakan **Hukum De Morgan**



Nilai Fungsi

Fungsi Boolean dinyatakan nilainya pada setiap variabel yaitu pada setiap kombinasi **NOL** dan **SATU (0,1)**

Contoh: Fungsi Boolean

$$f(x,y) = x'y + xy' + y'$$

x	y	$x'y$	xy'	y'	$f(x,y)$
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0



Cara Representasi

1. Dengan Aljabar

Contoh: $f(x,y,z) = xyz'$

2. Dengan menggunakan tabel kebenaran

x	y	z	xyz'
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Jumlah elemen dalam tabel kebenaran adalah jumlah kombinasi dari nilai variabel-variabelnya, yaitu sejumlah 2^n , dimana n adalah banyaknya variabel biner.



Minterm dan Maxterm (1)

Terdapat 2 bentuk fungsi Boolean :

1. **SOP (*Sum of Product*)** \rightarrow penjumlahan dari perkalian
 \rightarrow disebut juga sebagai bentuk Minterm $\rightarrow \sum m_i$
2. **POS (*Product of Sum*)** \rightarrow perkalian dari penjumlahan
 \rightarrow disebut juga sebagai bentuk Maxterm $\rightarrow \prod M_i$

Minterm dan Maxterm **2 variabel**:

x	y	Minterm		Maxterm	
		Term	Nilai	Term	nilai
0	0	$x'y'$	m_0	$x + y$	M_0
0	1	$x'y$	m_1	$x + y'$	M_1
1	0	xy'	m_2	$x' + y$	M_2
1	1	xy	m_3	$x' + y'$	M_3



Minterm dan Maxterm (2)

Minterm dan Maxterm 3 variabel:

#	x	y	z	Minterm		Maxterm	
				Term	Nilai	Term	Nilai
	0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
	0	0	1	$x'yz$	m_1	$x + y + z'$	M_1
	0	1	0	$x'yz'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
	0	1	1	$x'yz$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
	1	0	0	$xy'z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
	1	0	1	$xy'z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
	1	1	0	xyz'	m_6	$x' + y' + z$	M_6
	1	1	1	xyz	m_7	$x' + y' + z'$	M_7

□



Konversi fungsi boolean (1)

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0 ←kompl
0	0	1	1 ←SOP
0	1	0	0 ← kompl
0	1	1	0
1	0	0	1 ←SOP
1	0	1	0
1	1	0	0 ← kompl
1	1	1	1 ←SOP

→ **SOP (Sum of product)**

$$\begin{aligned}f_1(x,y,z) &= x'y'z + xy'z' + xyz \\ &= 001 + 100 + 111 \\ &= m_1 + m_4 + m_7\end{aligned}$$

dari Tabel Kebenaran didapat

$$f_1'(x,y,z) = x'y'z' + x'yz' + x'yz + xy'z + xyz' \dots(1)$$



Konversi Fungsi Boolean (2)

Dari f_1 didapat

$$\begin{aligned} f_1'(x,y,z) &= (x'y'z + xy'z' + xyz)' \\ &= (x+y+z')(x'+y+z)(x'+y'+z') \\ &= (\mathbf{xx'} + xy + xz + x'y + y + yz + x'z' + yz' + \mathbf{z'z}) \cdot (x'+y'+z') \\ &= (xy + xz + x'y + y + yz + x'z' + yz') \cdot (x'+y'+z') \\ &= \mathbf{xyx'} + \mathbf{xzx'} + x'y + x'y + x'yz + x'z' + x'yz' + \\ &\quad \mathbf{xyy'} + xy'z + \mathbf{x'yy'} + \mathbf{yy'} + \mathbf{yzy'} + x'y'z' + \mathbf{yz'y'} + \\ &\quad xyz' + \mathbf{xzz'} + x'yz' + yz' + \mathbf{yzz'} + x'z' + yz' \\ &= \mathbf{x'y} + \mathbf{x'y} + x'yz + \mathbf{x'z'} + \mathbf{x'yz'} + xy'z + x'y'z' + \\ &\quad xyz' + \mathbf{x'yz'} + \mathbf{yz'} + \mathbf{x'z'} + \mathbf{yz'} \\ &= \mathbf{x'y} + \mathbf{x'yz} + xy'z + x'y'z' + xyz' + \mathbf{x'yz'} + x'z' + yz' \\ &= x'yz + xy'z + x'y'z' + xyz' + x'yz' + \mathbf{x'y'z'} + \mathbf{x'yz'} + \mathbf{x'yz'} + xyz' \\ &= x'yz + xy'z + x'y'z' + xyz' + x'yz' \end{aligned}$$

$$f_1'(x,y,z) = \mathbf{x'y'z'} + \mathbf{x'yz'} + \mathbf{x'yz} + \mathbf{xy'z} + \mathbf{xyz'} \dots\dots\dots(2)$$



Konversi Fungsi Boolean (3)

→ POS (*Product of sum*)

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0 ←POS
0	0	1	1
0	1	0	0 ←POS
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0 ←POS
1	1	0	0
1	1	1	1

$$\begin{aligned}f_2(x,y,z) &= (x+y+z)(x+y'+z)(x+y'+z') \\ &\quad (x'+y+z')(x'+y'+z) \\ &= (f_1'(x,y,z))' \\ &= M_0 M_2 M_3 M_5 M_6\end{aligned}$$

$$\therefore F = m_1 + m_4 + m_7 = M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6$$



Konversi Fungsi Boolean (2)

Contoh 2:

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

→ SOP

$$1). f_1(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz' + x'yz + xy'z' + xyz' \\ = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_6$$

f_1' = komplemen f_1 (dari tabel kebenaran)

$$f_1'(x,y,z) = xy'z + xyz$$

← POS

← POS

$$2). f_2(x,y,z) = (x' + y + z')(x' + y' + z) \quad \leftarrow \text{POS} \\ = (f_1'(x,y,z))' \\ = M_5 M_7$$

$$\therefore F = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_6 = M_5 \cdot M_7$$



Konversi Fungsi Boolean (2)

Contoh 3:

1). $f_1(x,y,z) = x'yz' + x'yz + xyz' + xyz \leftarrow \text{SOP}$
 $= m_2 + m_3 + m_6 + m_7$

$\leftarrow \text{SOP } f_1'(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + xy'z' + xy'z$

2). $f_2(x,y,z) = (x + y + z)(x + y + z')(x' + y + z)$
 $(x' + y + z') \leftarrow \text{POS}$

$\leftarrow \text{SOP}$

$= (f_1'(x,y,z))'$
 $= M_0 M_1 M_4 M_5$

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$\therefore F = m_2 + m_3 + m_6 + m_7 = M_0 \cdot M_1 \cdot M_4 \cdot M_5$



Bentuk Standar/Kanonik

- Jika f adalah fungsi Boolean **satu variabel** maka untuk semua nilai x berlaku:

$$f(x) = f(0) \cdot x' + f(1) \cdot x$$

- Jika f adalah fungsi Boolean **dua variabel** maka untuk semua nilai x berlaku:

$$f(x,y) = f(0,0) \cdot x'y' + f(0,1) \cdot x'y + f(1,0) \cdot xy' + f(1,1) \cdot xy$$

- Jika f adalah fungsi Boolean **tiga variabel** maka untuk semua nilai x berlaku:

$$\begin{aligned} f(x,y,z) = & f(0,0,0) \cdot x'y'z' + f(0,0,1) \cdot x'y'z + f(0,1,0) \cdot x'yz' + \\ & f(0,1,1) \cdot x'yz + f(1,0,0) \cdot xy'z' + f(1,0,1) \cdot xy'z + \\ & f(1,1,0) \cdot xyz' + f(1,1,1) \cdot xyz \end{aligned}$$



Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (1)

1. Cari bentuk **standar** dari $f(x,y) = x'$

Jawab:

Bentuk SOP-nya =

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x' \cdot 1 && \text{identitas} \\ &= x' \cdot (y+y') && \text{komplemen} \\ &= x'y + x'y' && \text{distributif} \\ &= x'y' + x'y && \text{diurutkan} \end{aligned}$$

∴ Bentuk **Standar**: $f(x,y) = x'y' + x'y$

∴ Bentuk **Kanonik**: $f(x,y) = \sum m(0, 1)$

Bentuk POS-nya =

Dengan $m_j' = M_j \Rightarrow f(x,y) = x' \Rightarrow f'(x,y) = x$

$$\begin{aligned} f'(x,y) &= x \cdot 1 && \text{identitas} \\ &= x \cdot (y+y') && \text{komplemen} \\ &= xy + xy' && \text{distributif} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f'(x,y))' &= (xy + xy')' = (xy)' (xy')' \\ &= (x'+y')(x'+y) = (x'+y)(x'+y') \end{aligned}$$

∴ Bentuk **Standar**: $f(x,y) = (x'+y)(x'+y')$

∴ Bentuk **Kanonik**: $f(x,y) = \prod M(2, 3)$



Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (2)

2. Cari bentuk **standar** dari $f(x,y,z) = y' + xy + x'yz'$

Jawab:

Bentuk SOP-nya =

$$f(x,y,z) = y' + xy + x'yz'$$

$$= y'(x+x')(z+z') + xy(z+z') + x'yz'$$

$$= (xy' + x'y')(z+z') + xyz + xyz' + x'yz'$$

$$f(x,y,z) = xy'z + xy'z' + x'y'z + x'y'z' + xyz + xyz' + x'yz'$$

$$= m_5 + m_4 + m_1 + m_0 + m_7 + m_6 + m_2$$

∴ Bentuk **Standar**: $f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz' + xy'z' + xy'z + xyz' + xyz$

∴ Bentuk **Kanonik**: $f(x,y,z) = \sum m(0, 1, 2, 4, 5, 6, 7)$



Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (3)

Bentuk POS-nya =

$$f(x,y,z) = y' + xy + x'yz'$$

$$f'(x,y,z) = (y' + xy + x'yz')'$$

$$= y (xy)' (x'yz')' = y(x'+y')(x+y'+z)$$

$$= (x'y+yy') (x+y'+z) = yxx'+ yy'x + yx'z$$

$$= x'yz$$

$$(f'(x,y,z))' = (x'yz)' = x + y' + z'$$

∴ Bentuk **Standar**: $f(x,y,z) = x + y' + z'$

∴ Bentuk **Kanonik**: $f(x,y,z) = \Pi M(3)$

Cara lain =

$f'(x,y,z)$ = yang tidak ada pada bentuk standar $f(x,y,z)$, yaitu $m_3 = x'yz$

∴ Bentuk **Standar**: $f(x,y,z) = x + y' + z'$

∴ Bentuk **Kanonik**: $f(x,y,z) = \Pi M(3)$



Konversi ke Bentuk Standar/Kanonik (4)

Latihan:

1. Cari bentuk **standar** dari:

a. $f(x,y,z) = x + z$

b. $f(x,y,z) = z'$

2. Cari bentuk **Kanonik** dari:

a. $f(x,y) = x'y + xy'$

b. $f(x,y,z) = x'y'z + xy'z' + xyz$



Konversi ke Bentuk SOP (1)

1. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = x + y'z$ dalam **SOP**

Jawab :

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$\begin{aligned}f(x,y,z) &= x \cdot (y+y') \cdot (z+z') + (x+x') \cdot y'z \\ &= (xy+xy')(z+z') + xy'z + x'y'z \\ &= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + xy'z + x'y'z \\ &= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + x'y'z \\ &= m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_1 \\ &= \sum m(1, 4, 5, 6, 7)\end{aligned}$$



Konversi ke Bentuk SOP (2)

2. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = x'y'z + xz + yz$ dalam **SOP**

Jawab:

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= x'y'z + xz + yz \\ &= x'y'z + x \cdot (y+y') \cdot z + (x+x') \cdot yz \\ &= x'y'z + \mathbf{xyz} + xy'z + \mathbf{xyz} + x'yz \\ &= m_1 + m_3 + m_5 + m_7 \\ &= \sum m(1, 3, 5, 7) \end{aligned}$$



Konversi ke Bentuk SOP (3)

3. Nyatakan Fungsi Boolean $f(w,x,y,z) = wxy + yz + xy$ dalam **SOP**

Jawab:

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$\begin{aligned} f(w,x,y,z) &= wxy + yz + xy \\ &= wxy \cdot (z+z') + (w+w')(x+x') \cdot yz + \\ &\quad (w+w') \cdot xy \cdot (z+z') \\ &= wxyz + wxyz' + (wx+wx'+w'x+w'x')yz + \\ &\quad (wxy+w'xy)(z+z') \\ &= wxyz + wxyz' + wxyz + wx'yz + w'xyz + \\ &\quad w'x'yz + wxyz + wxyz' + w'xyz + w'xyz' \\ &= wxyz + wxyz' + wx'yz + w'xyz + w'x'yz + w'xyz' \\ &= m_{15} + m_{14} + m_{11} + m_7 + m_3 + m_6 \\ &= \sum m(3, 6, 7, 11, 14, 15) \end{aligned}$$



Konversi ke Bentuk POS (1)

1. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = xy + x'z$ dalam POS

Jawab: Bentuk fungsi ke POS

$$\begin{aligned}f(x,y,z) &= xy + x'z \\ &= (xy + x')(xy + z) \\ &= (x + x')(y + x')(x + z)(y + z) \\ &= (x' + y)(x + z)(y + z)\end{aligned}$$

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$\begin{aligned}\text{Suku-1} \rightarrow x' + y &= x' + y + zz' \\ &= (x' + y + z)(x' + y + z')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Suku-2} \rightarrow x + z &= x + z + yy' \\ &= (x + y + z)(x + y' + z)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Suku-3} \rightarrow y + z &= xx' + y + z \\ &= (x + y + z)(x' + y + z)\end{aligned}$$



Konversi ke Bentuk POS (2)

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= (x'+y+z)(x'+y+z')(x+y+z)(x+y'+z)(x+y+z) \\ &\quad (x'+y+z) \\ &= (x'+y+z) (x'+y+z') (x+y+z) (x+y'+z) \\ &= M_4 \cdot M_5 \cdot M_0 \cdot M_2 \\ &= \Pi M(0, 2, 4, 5) \end{aligned}$$



Konversi ke Bentuk POS (3)

2. Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = (x+z)(y'+z')$ dalam POS

Jawab :

Fungsi Boolean asumsi sudah dalam bentuk POS

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= (x+z)(y'+z') \\ &= (x+yy'+z)(xx'+y'+z') && \text{Identitas, Komplemen} \\ &= (x+y+z)(x+y'+z)(x+y'+z')(x'+y'+z') && \text{distributif} \\ &= M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_7 \\ &= \Pi M(0,2,3,7) \end{aligned}$$

Penyederhanaan Fungsi Boolean



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

- Asumsi yang dipakai dalam penyederhanaan:
 - Bentuk fungsi Boolean **paling sederhana adalah SOP**
 - Operasi yang digunakan adalah operasi penjumlahan (+), perkalian (.) dan komplemen (')
- Terdapat tiga cara dalam penyederhanaan fungsi Boolean:
 1. Cara Aljabar
 - Bersifat ***trial and error*** (tidak ada pegangan)
 - Penyederhanaan menggunakan aksioma-aksioma dan teorema-teorema yang ada pada aljabar Boolean
 2. Peta Karnaugh
 - Mengacu pada **diagram Venn**
 - Menggunakan bentuk-bentuk **peta Karnaugh**
 3. Metoda **Quine-McCluskey**
 - Penyederhanaan didasarkan pada hukum **distribusi**
 - Eliminasi *Prime Implicant Redundant*

Penyederhanaan Dengan Aljabar (1)

1. Sederhanakanlah fungsi Boolean

$$f(x,y) = x'y + xy' + xy$$

Jawab:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x'y + xy' + xy \\ &= x'y + x \cdot (y' + y) && \text{Distributif} \\ &= x'y + x \cdot 1 && \text{Komplemen} \\ &= x'y + x && \text{Identitas} \\ &= (x' + x)(x + y) && \text{Distributif} \\ &= 1 \cdot (x + y) && \text{Komplemen} \\ &= x + y && \text{Identitas} \end{aligned}$$

Penyederhanaan Dengan Aljabar (2)



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

2. Sederhanakanlah fungsi Boolean di bawah ini:

$$f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + xyz'$$

Jawab:

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'yz' + \mathbf{x}y'z' + \mathbf{x}yz' \\ &= x' \cdot (y'z' + y'z + yz + yz') + \mathbf{x} \cdot (y'z' + yz') && \text{Distributif} \\ &= x' \cdot ((y'(z+z') + y(z+z'))) + x \cdot ((y'+y)z') && \text{Distributif} \\ &= x' \cdot (y' \cdot 1 + y \cdot 1) + x \cdot (1 \cdot z') && \text{Komplemen} \\ &= x' \cdot (y' + y) + xz' && \text{Identitas} \\ &= x' \cdot \mathbf{1} + xz' && \text{Komplemen} \\ &= x' + xz' && \text{Identitas} \\ &= (x'+x)(x'+z') && \text{Distributif} \\ &= 1 \cdot (x'+z') && \text{Komplemen} \\ &= x' + z' && \text{Identitas} \end{aligned}$$

Penyederhanaan Dengan Aljabar (3)



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

3. Sederhanakanlah fungsi Boolean : $f(x,y) = x + xy' + y'$

Jawab:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x + xy' + y' \\ &= x \cdot (\mathbf{1} + y') + y' \\ &= x \cdot \mathbf{1} + y' \\ &= x + y' \end{aligned}$$

Distributif
Teorema 2
Identitas

atau

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x + xy' + y' \\ &= x + (\mathbf{x} + \mathbf{1}) \cdot y' \\ &= x + \mathbf{1} \cdot y' \\ &= x + y' \end{aligned}$$

Distributif
Teorema 2
Identitas

Penyederhanaan Dengan Aljabar (4)

4. Sederhanakanlah fungsi Boolean : $f(x,y,z) = xy + xy'z + y(x'+z) + y'z'$

Jawab:

$f(x,y,z)$	$= xy + xy'z + y(x'+z) + y'z'$	
	$= x(y+y'z) + y(x'+z) + y'z'$	Distributif
	$= x((y+y')(y+z)) + x'y + yz + y'z'$	Distributif
	$= x(1 \cdot (y+z)) + x'y + yz + y'z'$	Komplemen
	$= x \cdot (y+z) + x'y + yz + y'z'$	Identitas
	$= xy + xz + x'y + yz + y'z'$	Distributif
	$= y(x+x') + xz + yz + y'z'$	Distributif
	$= y \cdot 1 + xz + yz + y'z'$	Komplemen
	$= y + xz + yz + y'z'$	Identitas
	$= (y+y')(y+z') + xz + yz$	Distributif
	$= 1 \cdot (y+z') + xz + yz$	Komplemen
	$= y + z' + xz + yz$	Identitas
	$= y(1+z) + (x+z')(z+z')$	Distributif
	$= y \cdot 1 + (x+z')(z+z')$	Teorema 2
	$= y + (x+z')(z+z')$	Identitas
	$= y + (x+z') \cdot 1$	Komplemen
	$= x + y + z'$	Identitas



Peta Karnaugh (K-Map) (1)

a). K'Map 2 variabel

	<i>y</i>	0	1
<i>x</i>	0	$x'y'$	$x'y$
	1	xy'	xy

	<i>y</i>	0	1
<i>x</i>	0	m_0	m_1
	1	m_2	m_3

b). K'Map 3 variabel

	<i>yz</i>	00	01	11	10
<i>x</i>	0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
	1	$xy'z'$	$xy'z$	xyz	xyz'

	<i>yz</i>	00	01	11	10
<i>x</i>	0	m_0	m_1	m_3	m_2
	1	m_4	m_5	m_7	m_6



Peta Karnaugh (K-Map) (2)

c) K'Map 4 variabel

wx \ yz	00	01	11	10
00	$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz$	$w'x'yz'$
01	$w'xy'z'$	$w'xy'z$	$w'xyz$	$w'xyz'$
11	$wxy'z'$	$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz'$
10	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$

wx \ yz	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

Penyederhanaan-k'map



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

1. Place the following four-variable Canonical SOP function in a truth table and represent it in a fourth-order K-map

$$f(w,x, y,z) = \Sigma m(0, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 13)$$

Solution

The truth table is constructed by placing a logic **1** in the ***f* column** for each MINTERM represented by the function above.

The **absence** of MINTERM is a **MAXTERM** , which accordingly, is assigned logic **0**. The K-map is a graphical representation of the canonical truth table and is constructed directly from the truth table as shown below

Penyederhanaan-k'map



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

$$f(w,x, y,z) = \Sigma m(0, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 13)$$

Truth Table

W	X	Y	Z	f	W	X	Y	Z	f
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

wx \ yz	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	0	0
10	1	1	0	1



Penyederhanaan-k'map

2. Place the following three-variable CANONICAL POS function in a truth table and represent it in a thirs-order K-Map.

$$f(A,B,C) = (A+B'+C)(A'+B'+C')(A+B+C)(A'+B+C)(A'+B+C')$$

Solution

The procedure is similar to that followed in example 1 except that, in this case, a logic **0** is placed in the **f column** and K-map cell each Maxterm



Penyederhanaan-k'map

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
	1	0	0	0	1



Penyederhanaan-k'map

3. Convert the reduced SOP function given in this example to canonical SOP and POS form by using a fourth-order K-map. Represent the canonical expression by using both literal and coded notation

$$f(A,B,C,D) = ABCD + AD' + B'C'D' + A'B'C + A'BC'D + BCD' + A'B'D'$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	0	1
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1

A {
D {
B {



Penyederhanaan Dengan K-Map

2 Variabel (1)

Sederhanakanlah persamaan:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x'y + xy' + xy \\ &= m_1 + m_2 + m_3 \end{aligned}$$

Jawab:

- Sesuai dengan bentuk **minterm**, maka 3 kotak dalam K-Map 2 dimensi, diisi dengan 1:

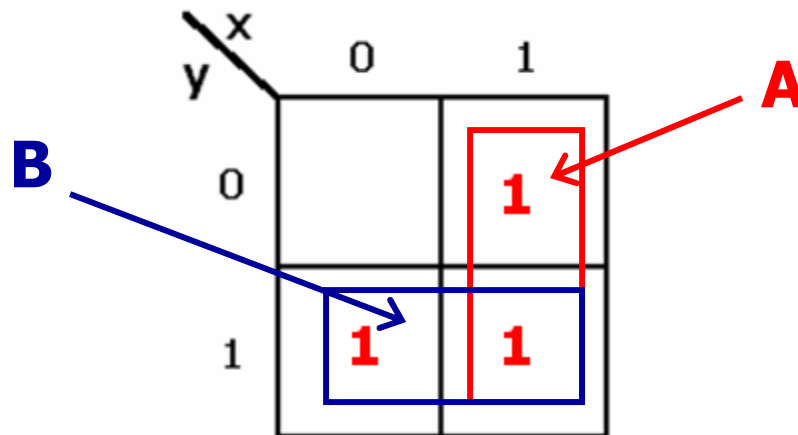
		x	
y		0	1
0			1
1		1	1



Penyederhanaan Dengan K-Map

2 Variabel (2)

- Selanjutnya kelompokkan semua 1 yang ada dengan membuat kumpulan kotak atau persegi panjang dengan jumlah sel bujursangkar kecil sebanyak 2^n
 - $n = 0, 1, 2, 3, \text{dst}$
- Buat kelompok yang **sebesar-besarnya**





Penyederhanaan Dengan K-Map

2 Variabel (3)

- Cara menentukan bentuk sederhana dari hasil pengelompokan adalah:
 - Carilah **variabel yang memiliki nilai yang sama (tidak berubah)** dalam kelompok tersebut, sebagai contoh:
 - ➔ Pada kelompok A adalah **variabel y** dengan nilai 1
 - ➔ Pada kelompok B adalah **variabel x** dengan nilai 1
 - Tentukan bentuk hasil pengelompokan
Kelompok A adalah y, dan kelompok B adalah x, sehingga hasil bentuk sederhana dari contoh di atas:
$$f(x,y) = x'y + xy' + xy = \text{kelompok A} + \text{kelompok B}$$
$$= y + x$$



Penyederhanaan Dengan K-Map

3 Variabel (1)

1. Sederhanakanlah persamaan berikut:

$$f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + xyz'$$

Jawab:

		yz			
		00	01	11	10
x	0	1	1	1	1
	1	1			1

The K-map is annotated with a pink box around the top row (x=0) labeled 'x'' and a red box around the left and right columns (z=0 and z=1) labeled 'z'.

$$\therefore f(x,y,z) = z' + x'$$



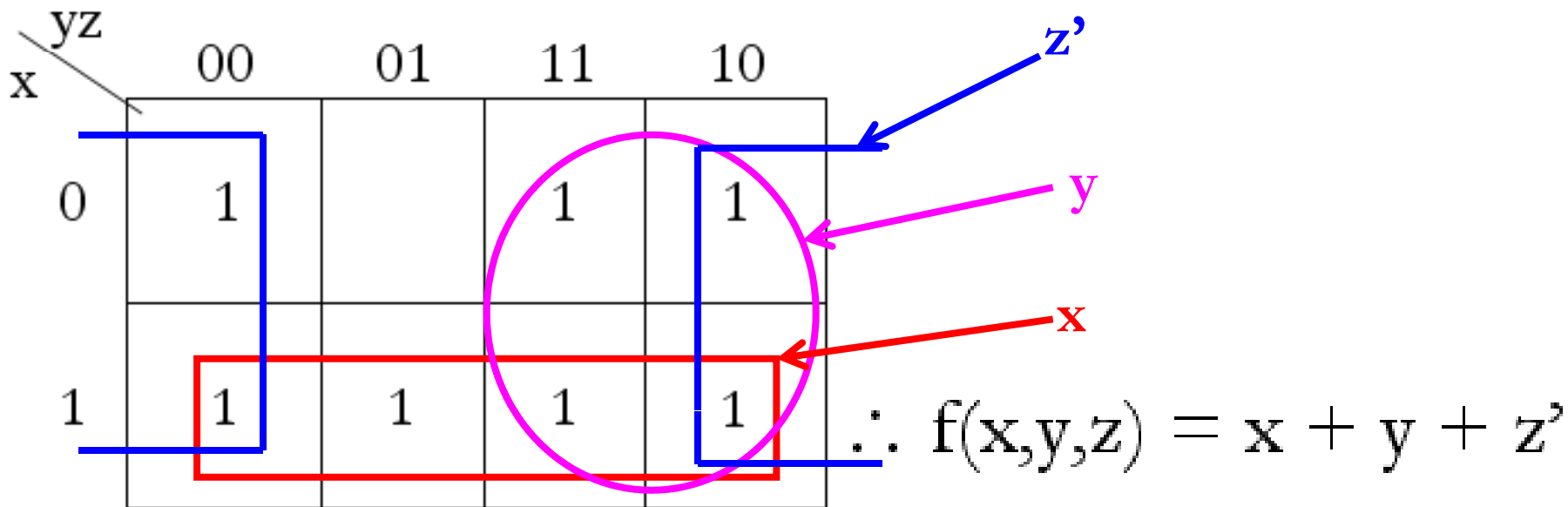
Penyederhanaan Dengan K-Map

3 Variabel (2)

2. Sederhanakanlah fungsi Boolean berikut dengan menggunakan K'Map :

$$f(x,y,z) = xyz + xyz' + xy'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + x'y'z'$$

Jawab:





Penyederhanaan Dengan K-Map

3 Variabel (3)

3. Sederhanakanlah fungsi Boolean:

$$f(w,x,y) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7)$$

Jawab:

w \ xy	00	01	11	10
0	1	1	1	
1		1	1	

$w'x'$

y

$$\therefore f(w,x,y) = w'x' + y$$



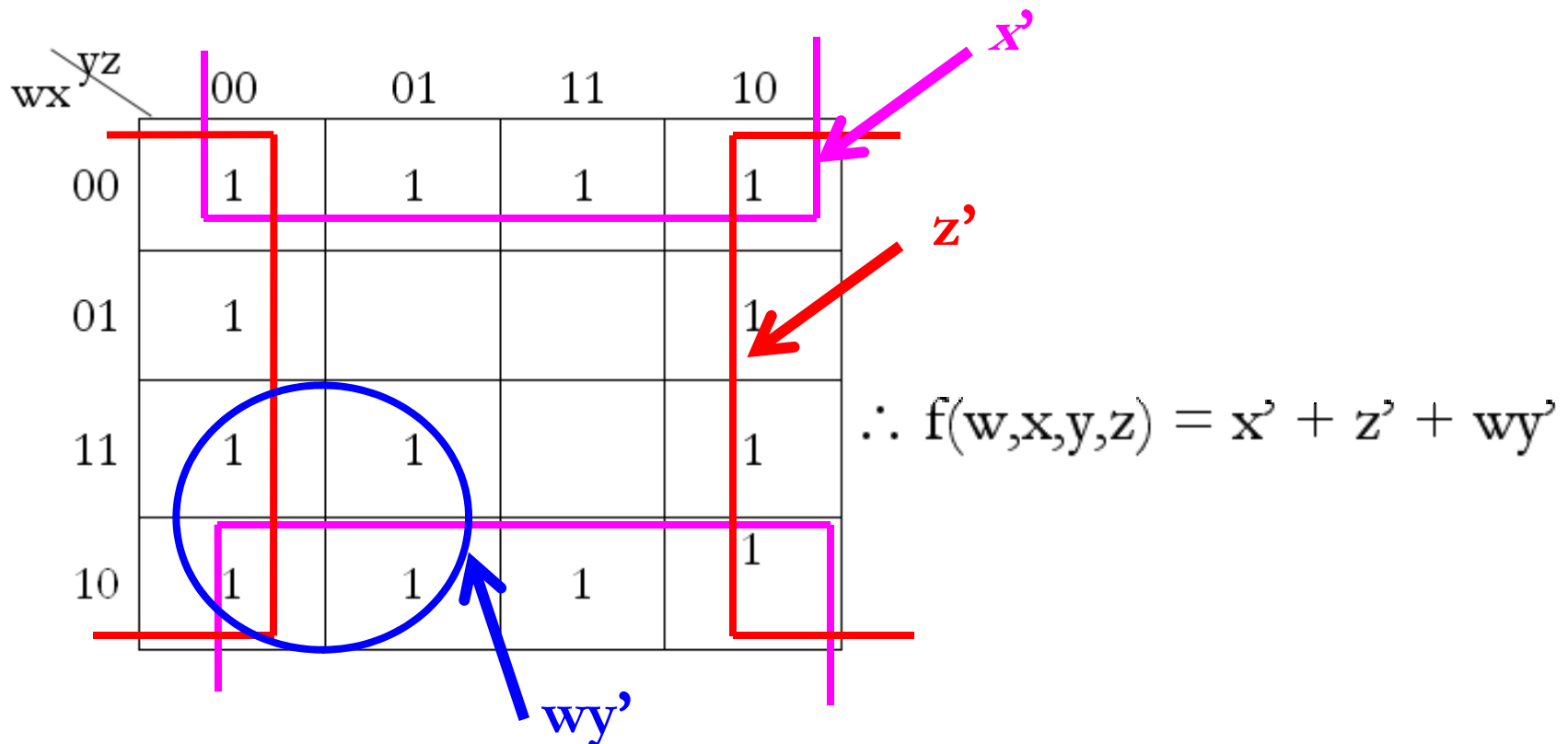
Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (1)

1. Sederhanakanlah fungsi Boolean berikut:

$$f(w,x,y,z) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14)$$

Jawab:





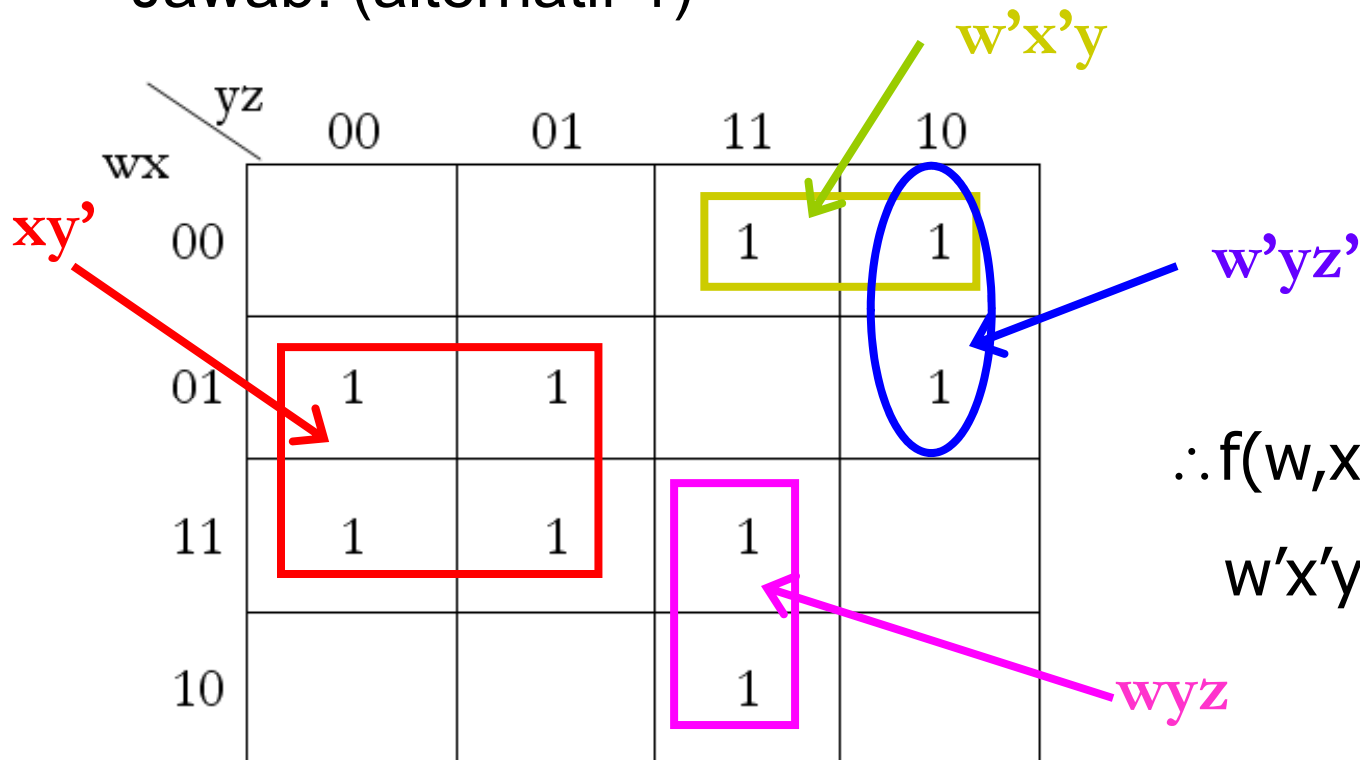
Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (2)

2. Sederhanakanlah fungsi Boolean:

$$f(w,x,y,z) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wx'yz + w'x'yz + w'x'yz' + w'xyz' + w'xy'z' + w'xy'z$$

Jawab: (alternatif 1)



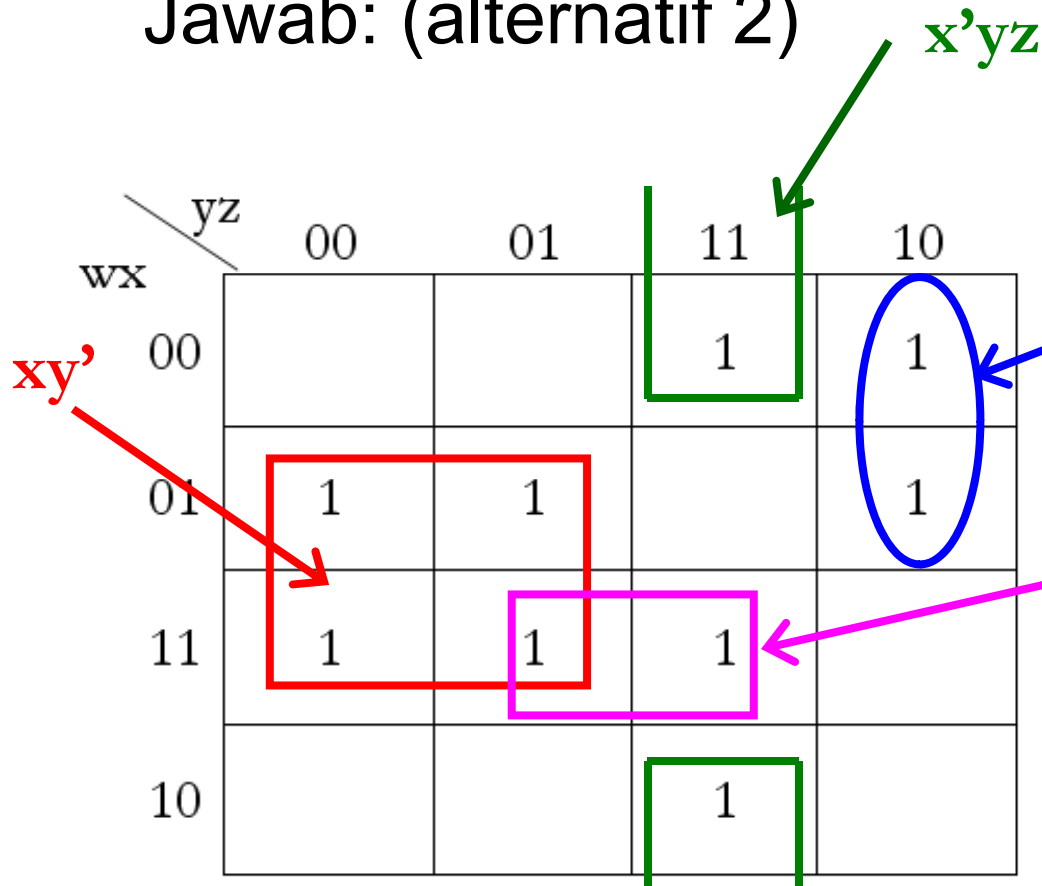
$$\therefore f(w,x,y,z) = xy' + w'x'y + wyz + w'yz'$$



Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (3)

Jawab: (alternatif 2)



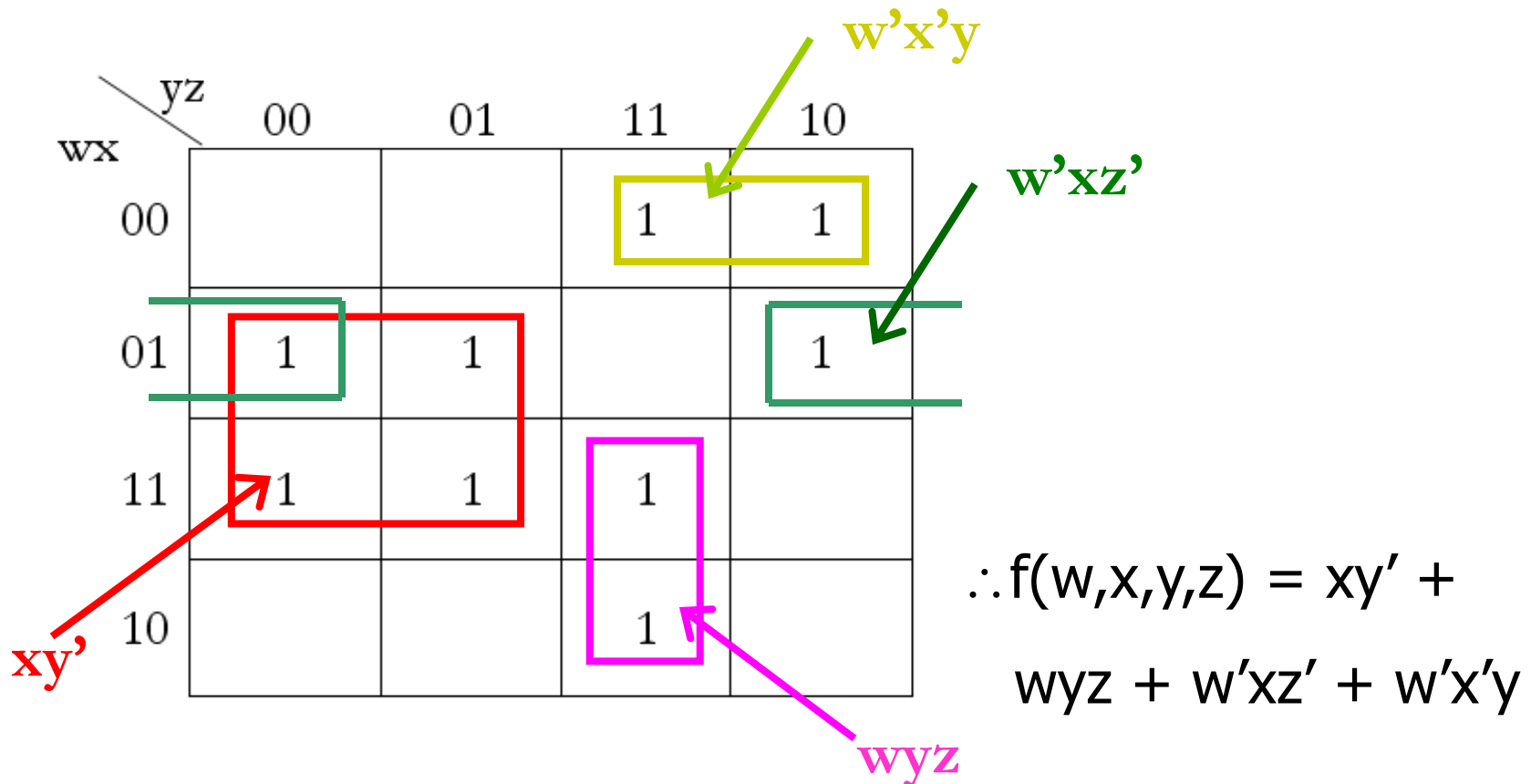
$$\therefore f(w,x,y,z) = xy' + wxz + x'yz + w'yz'$$



Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (4)

Jawab: (alternatif 3)





Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (5)

3. Contoh:

urutan berbeda

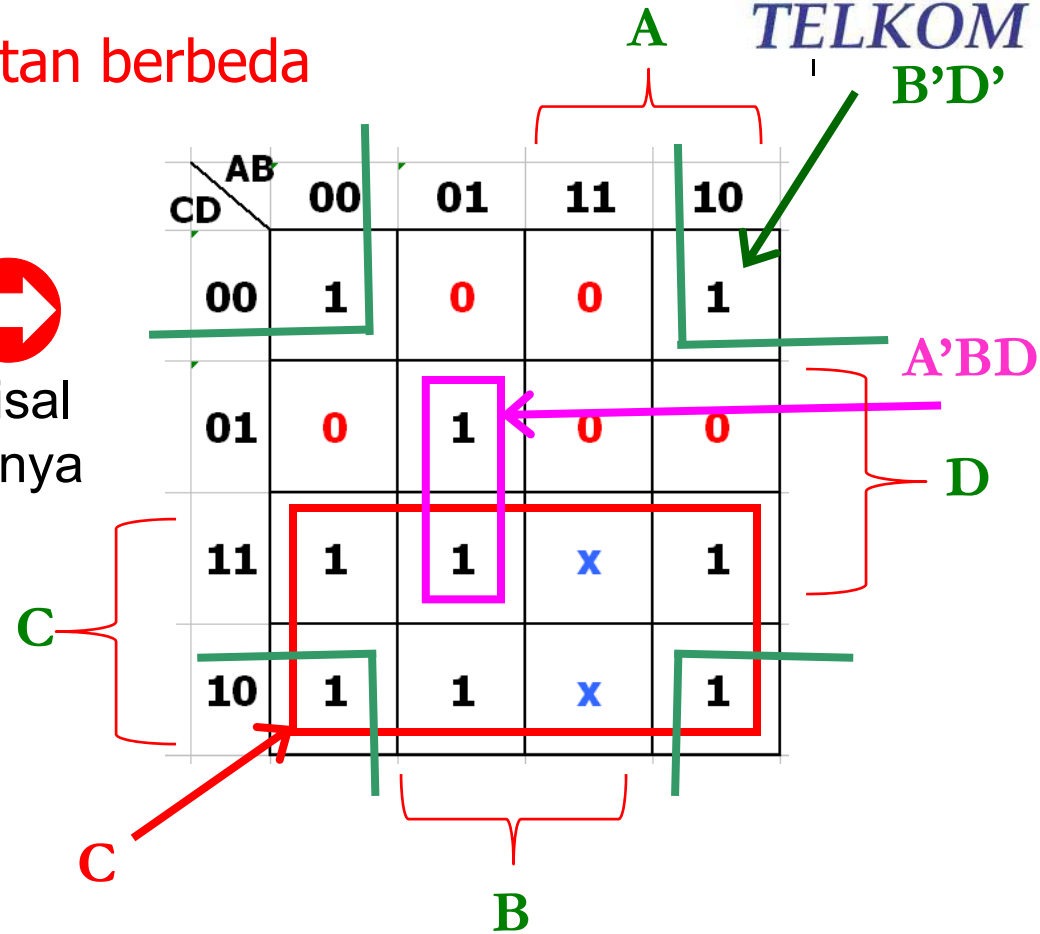
CD \ AB	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10



Misal isinya

x = don't care, bisa 0 bisa 1, tergantung kebutuhan

SOP berdasarkan bit-bit 1



$f(A,B,C,D) = C + B'D' + A'BD$



Don't Care (1)

- Nilai peubah **don't care** tidak diperhitungkan oleh fungsinya
- Nilai 1 atau 0 dari peubah **don't care** tidak berpengaruh pada hasil fungsi
- Semua nilai don't care disimbolkan dengan X, d, atau ϕ
- Bentuk SOP:
 - Nilai X yang masuk ke dalam kelompok akan bernilai 1
 - Nilai X yang tidak masuk ke dalam kelompok akan bernilai 0
- Bentuk POS:
 - Nilai X yang masuk ke dalam kelompok akan bernilai 0
 - Nilai X yang tidak masuk ke dalam kelompok akan bernilai 1



Don't Care (2)

- Contoh 1:

$$f(w,x,y,z) = \sum m(1,3,7,11,15)$$

$$\text{don't care} = d(w,x,y,z) = \sum m(0,2,5)$$

Bentuk SOP:

wx \ yz	00	01	11	10
00	X	1	1	X
01		X	1	
11			1	
10			1	

A green arrow labeled $w'z$ points to the cell (01, 01) containing 'X'. A red arrow labeled yz points to the cell (11, 11) containing '1'. A blue box highlights the 2x2 area of cells (00, 01), (01, 01), (00, 11), and (01, 11). A red box highlights the 4x1 area of cells (00, 11), (01, 11), (11, 11), and (10, 11).

Hasil penyederhanaan:
 $f(w,x,y,z) = yz + w'z$



Don't Care (3)

- Contoh 1:

$$f(w,x,y,z) = \sum m(1,3,7,11,15)$$

$$\text{don't care} = d(w,x,y,z) = \sum m(0,2,5)$$

Bentuk **POS**:

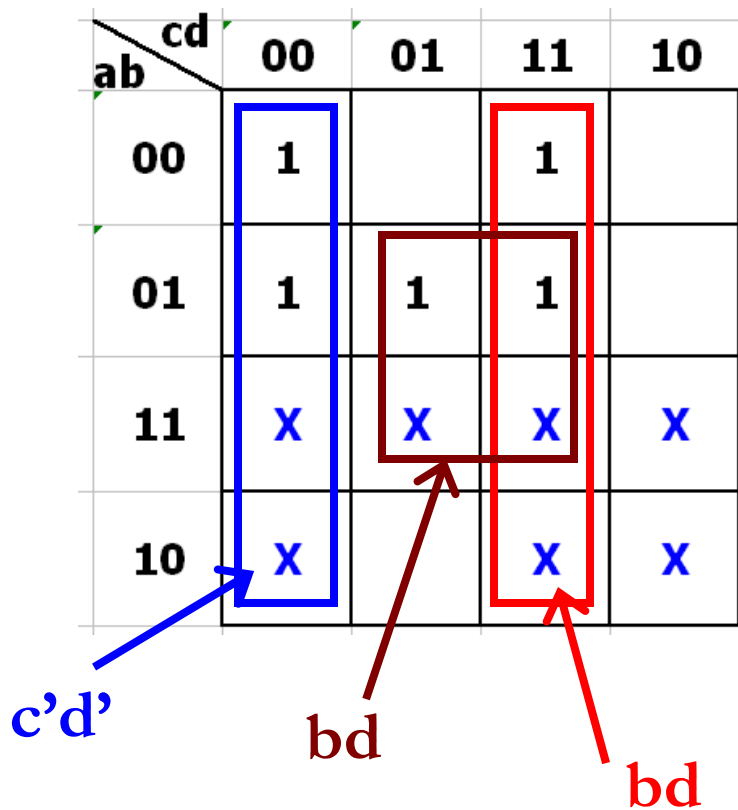
wx \ yz	00	01	11	10
00	X			X
01	0	X		0
11	0	0		0
10	0	0		0

A green vertical line groups the 'X' cells at wx=00 and wx=10. A blue square groups the '0' cells at wx=11 and wx=10. A green arrow labeled 'z' points to the wx=01 row. A blue arrow labeled 'w'+y' points to the wx=11 row.

Hasil penyederhanaan:
 $f(w,x,y,z) = z(w'+y)$

Don't Care (4)

- Contoh 2:



$$f(a,b,c,d) = c'd' + bd + bd$$

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	x
1	0	0	1	x
1	0	1	0	x
1	0	1	1	x
1	1	0	0	x
1	1	0	1	x
1	1	1	0	x
1	1	1	1	x



Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (6)

POS berdasarkan
bit-bit 0:

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	0
11	1	1	x	1
10	1	1	x	1

$B'+C+D$ (pink arrow pointing to the 0s in the first row)

$B+C+D'$ (green arrow pointing to the 0s in the second row)

$A'+B'$ (red arrow pointing to the 0s in the third column)

x = don't care, bisa 0 bisa 1,
tergantung kebutuhan

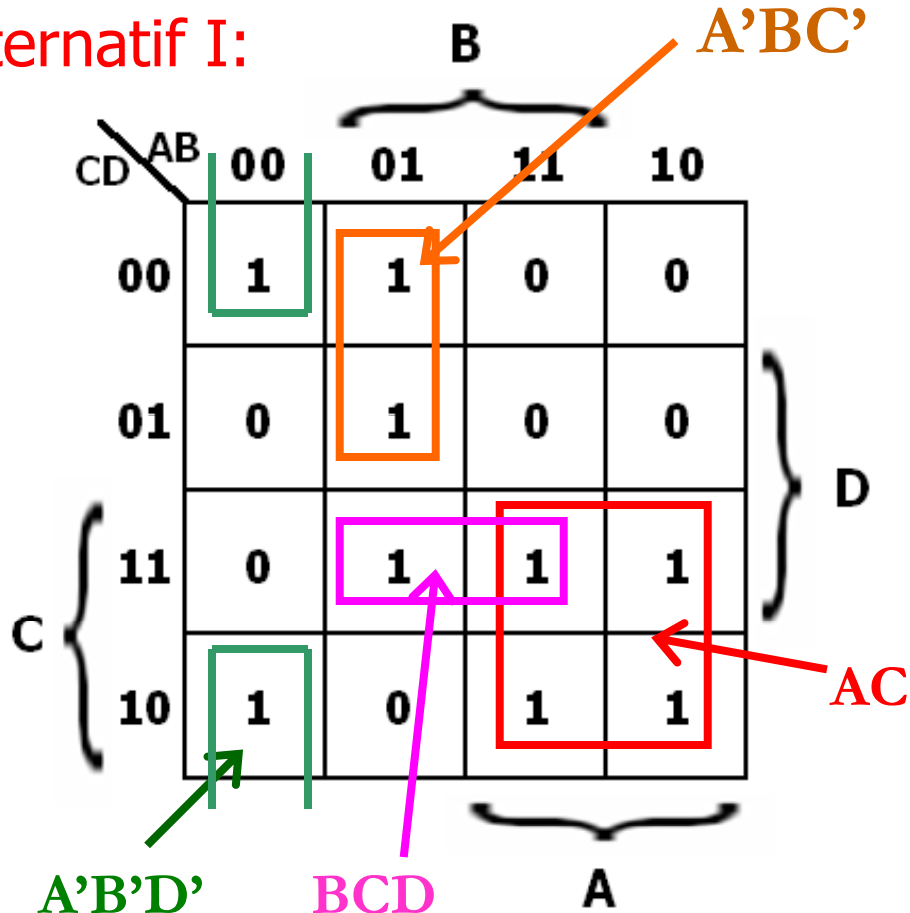
$$f(A,B,C,D) = (A'+B')(B'+C+D)(B+C+D')$$



Penyederhanaan Dengan K-Map 4 Variabel (7)

4. $f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$

Alternatif I:



SOP:

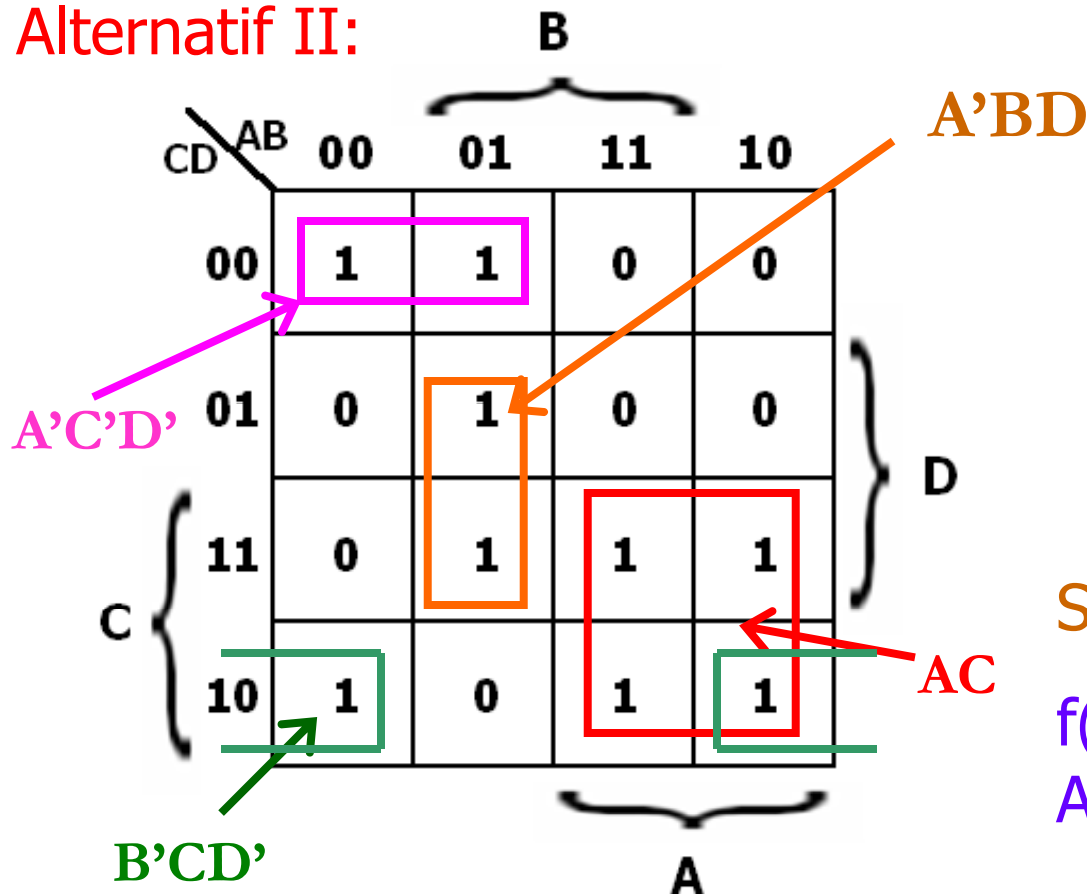
$$f(A,B,C,D) = AC + BCD + A'BC' + A'B'D'$$



Penyederhanaan Dengan K-Map 4 Variabel (8)

$$f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$$

Alternatif II:



SOP:

$$f(A,B,C,D) = AC + A'BD + A'C'D' + B'CD'$$

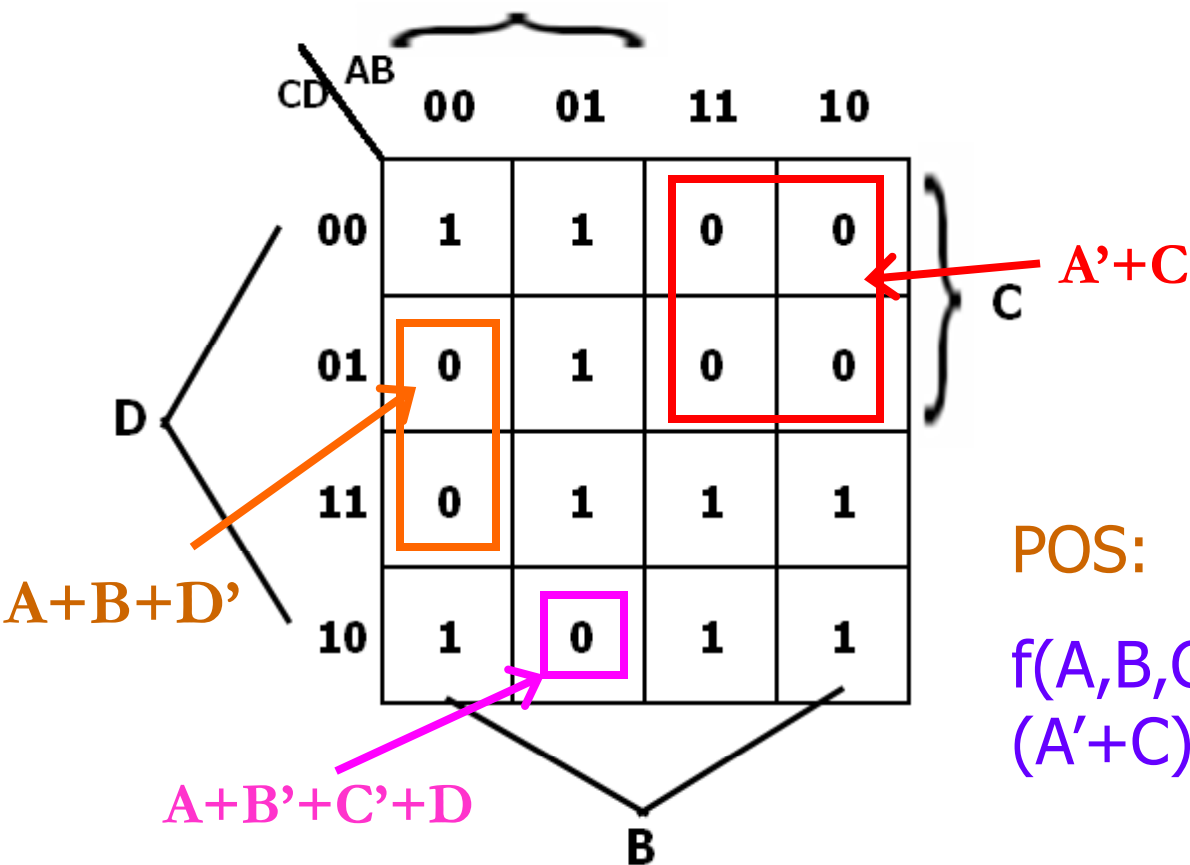


Penyederhanaan Dengan K-Map

4 Variabel (9)

$$f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$$

Bentuk POS: A



POS:

$$f(A,B,C,D) = (A'+C)(A+B+D')(A+B'+C'+D)$$

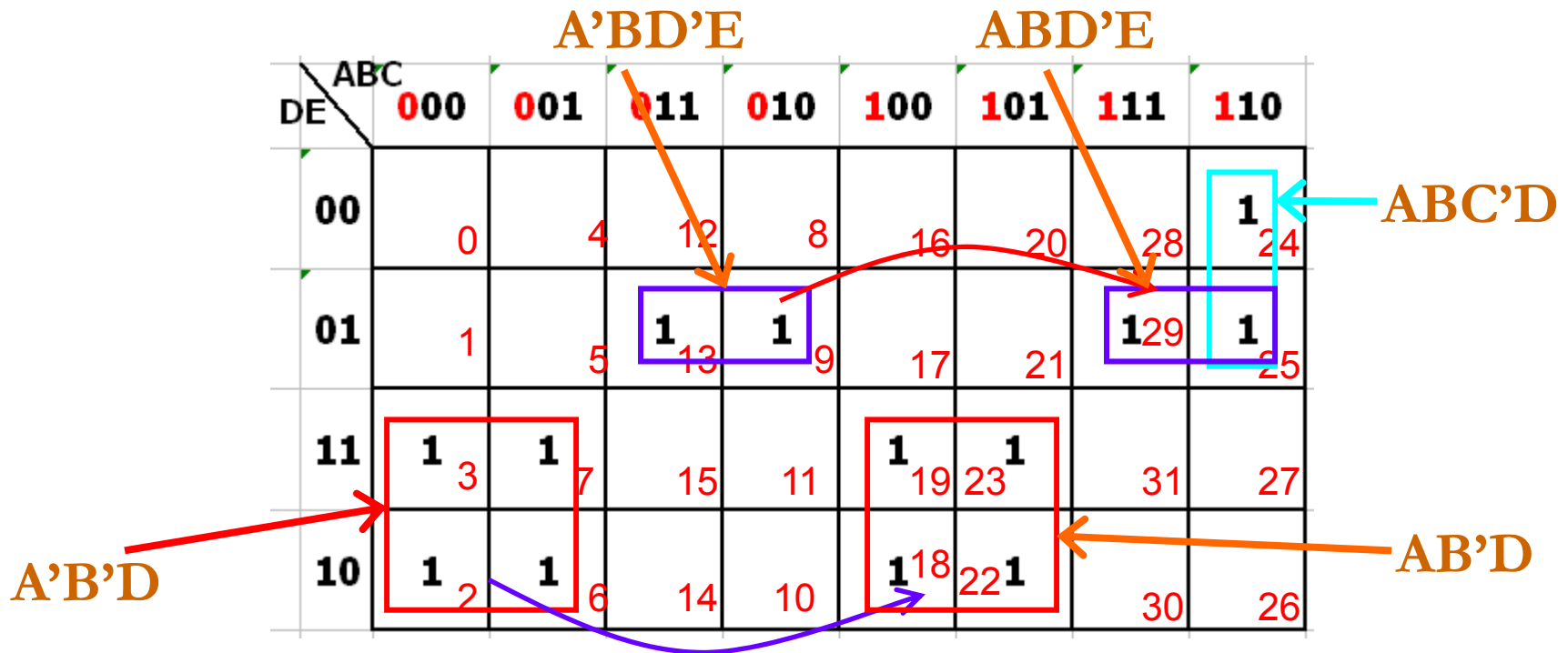


Penyederhanaan Dengan K-Map

5 Variabel (1)

1. $f(A,B,C,D,E) = \{2,3,6,7,9,13,18,19,22,23,24,25,29\}$

Dengan model **planar**:

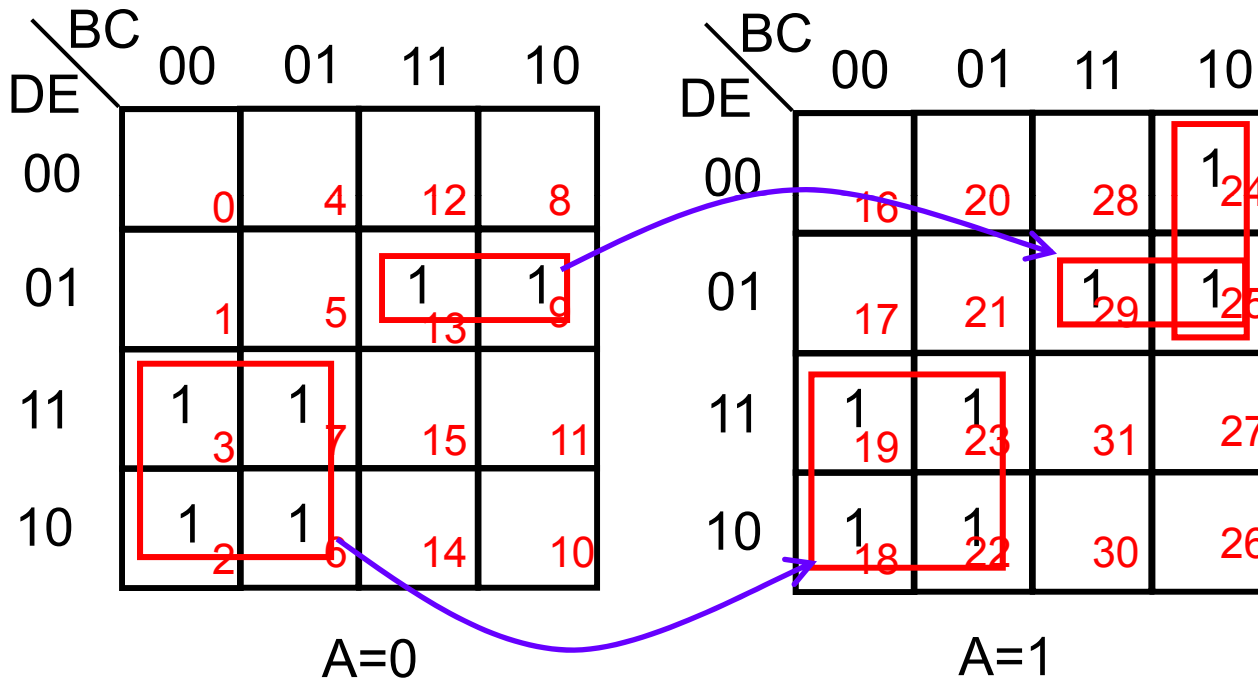


$$\begin{aligned} f(A,B,C,D,E) &= A'B'D + AB'D + A'BD'E + ABD'E + ABC'D' \\ &= B'D + BD'E + ABC'D' \end{aligned}$$



Penyederhanaan Dengan K-Map

5 Variabel (2)



Dengan model **stack**:

$$f(A,B,C,D,E) = B'D + BD'E + ABC'D'$$

Penyederhanaan Dengan K-Map

6 Variabel



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

AB=00

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1		
11		1		
10	1			1

AB=01

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1		
11		1		
10	1			1

AB=10

EF \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01			1	
11			1	
10	1			1

AB=11



Map Entered Variables (MEV)

- Penyederhanaan dengan K-Map hanya praktis untuk **maksimum 4 variabel !!!**
- **Bagaimana jika jumlah variabel lebih dari 4 ?**
 - Dengan *Map Entered Variables (MEV)*
 - Satu variabel atau lebih dimasukkan ke dalam tabel

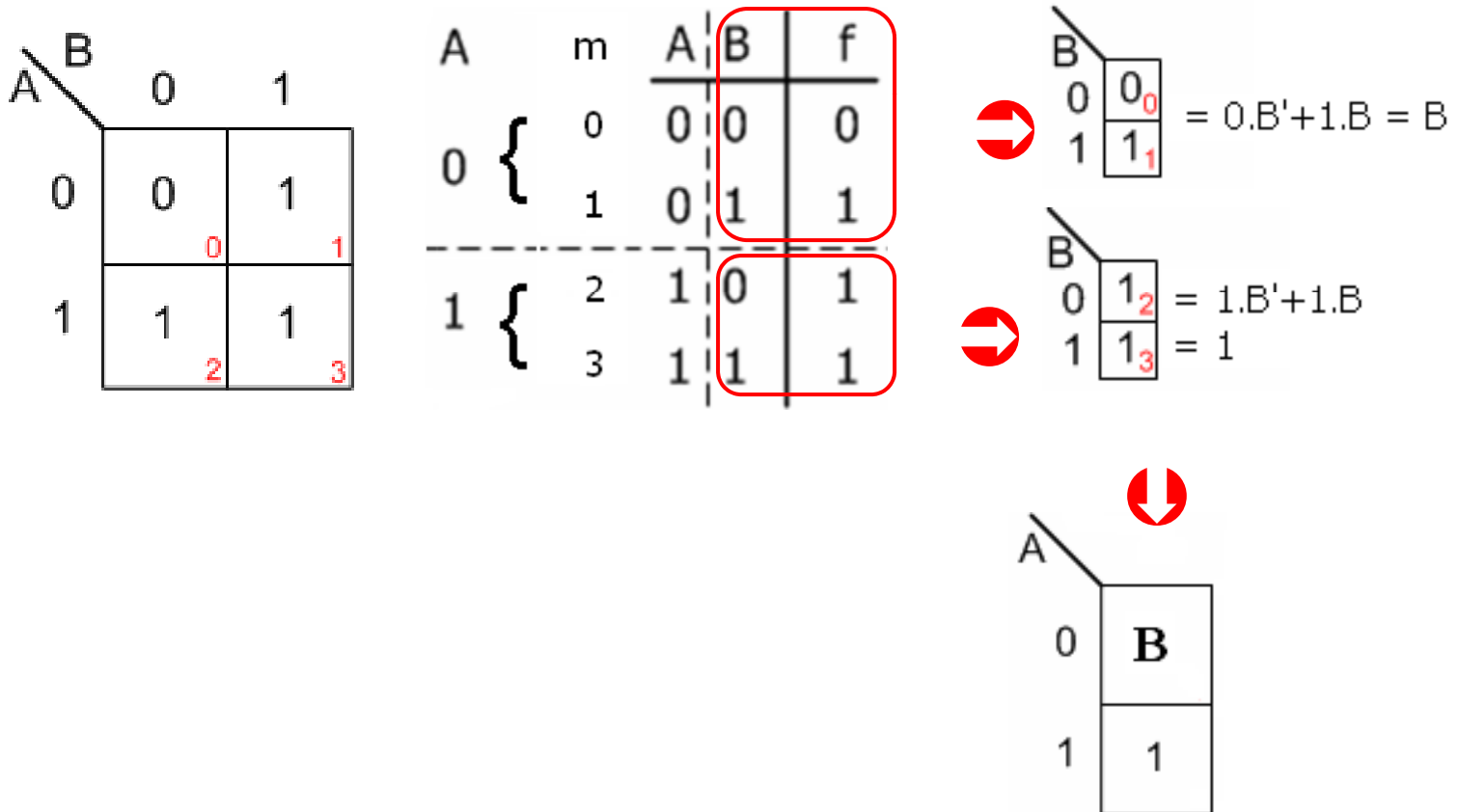
Prinsip : $1 = X + \bar{X}$ atau $1 = 1 + X$ (SOP)

$0 = X \cdot \bar{X}$
 $0 = 0 \cdot X$ (POS)



MEV: 2 Variabel Menjadi 1 Variabel

- Contoh 1: $f(A,B) = A'B + AB' + AB$
- **Variabel B** akan dimasukkan ke map





MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel (1)

- Contoh 1: $f(A,B,C) = \sum m(2,5,6,7)$
- **Variabel C** akan dimasukkan ke map

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1

AB	m	A	B	C	f
00	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0
01	2	0	1	0	1
	3	0	1	1	0
10	4	1	0	0	0
	5	1	0	1	1
11	6	1	1	0	1
	7	1	1	1	1

$$\begin{array}{c|c} C & \\ \hline 0 & 0_0 \\ 1 & 0_1 \end{array} = 0.C' + 0.C = 0$$

$$\begin{array}{c|c} C & \\ \hline 0 & 1_2 \\ 1 & 0_3 \end{array} = C'$$

$$\begin{array}{c|c} C & \\ \hline 0 & 0_4 \\ 1 & 1_5 \end{array} = C$$

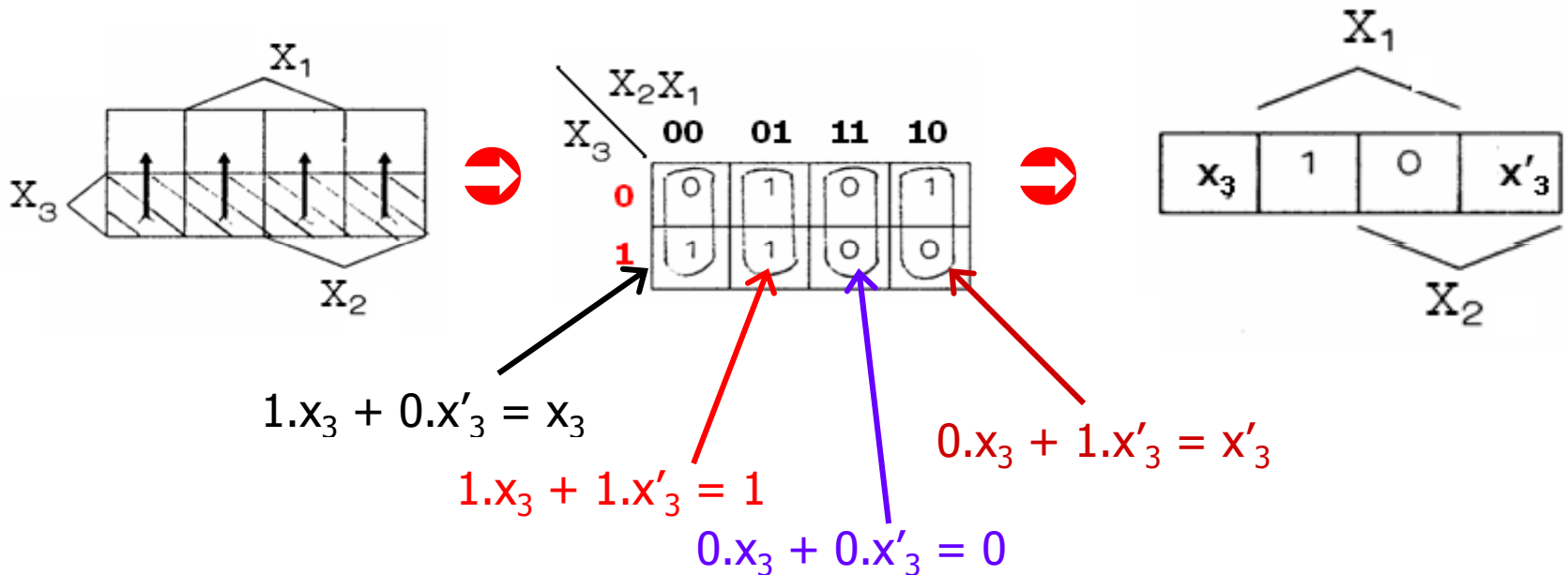
$$\begin{array}{c|c} C & \\ \hline 0 & 1_2 \\ 1 & 1_3 \end{array} = C' + C = 1$$

A \ B	0	1
0	0	C'
1	C	1



MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel

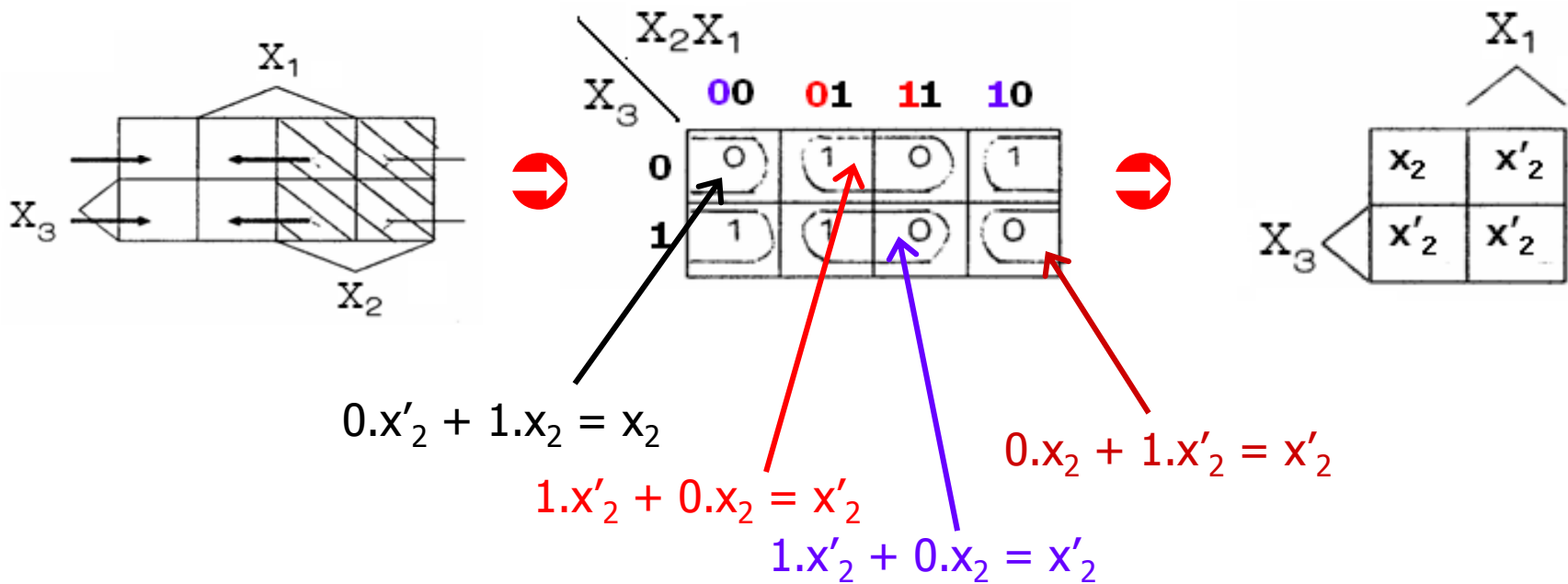
- Kompresi dari 3 variabel (x_1 , x_2 , dan x_3) menjadi 2 variabel
- Contoh 2: x_3 dimasukkan (*entered*)





MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel (3)

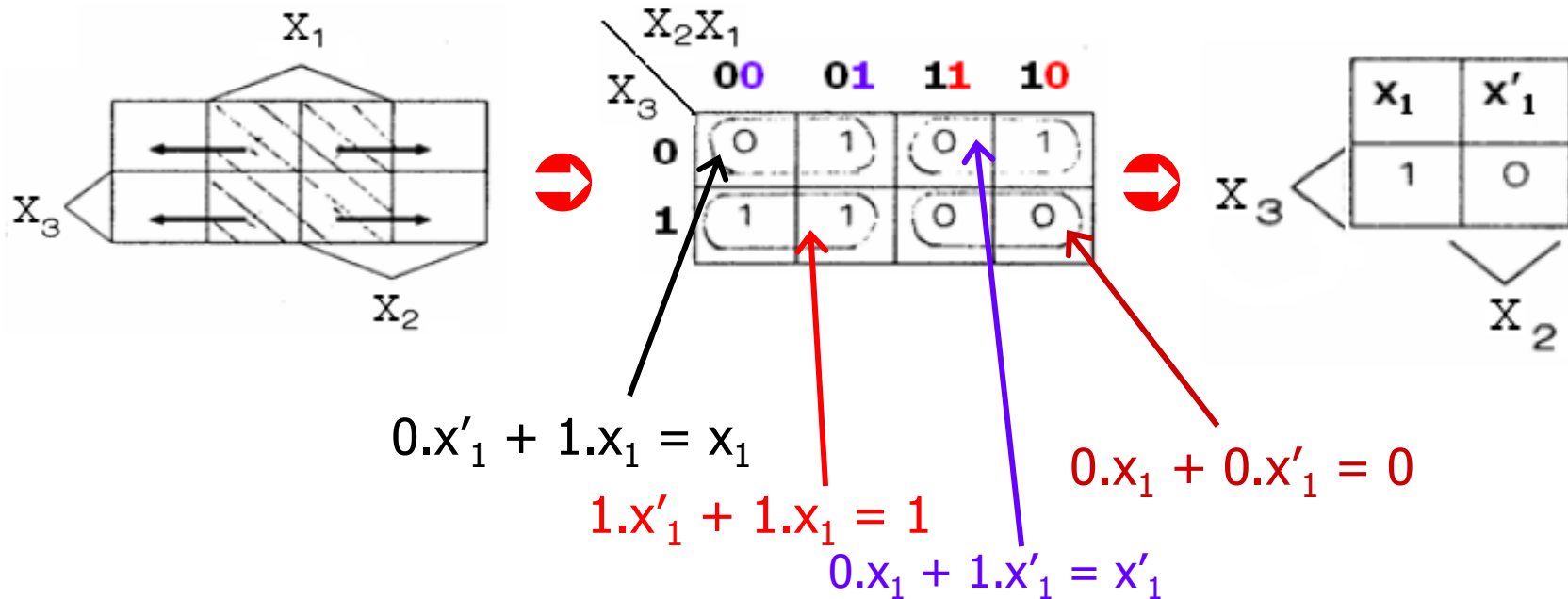
- Contoh 3: x_2 dimasukkan (*entered*)





MEV: 3 Variabel Menjadi 2 Variabel (4)

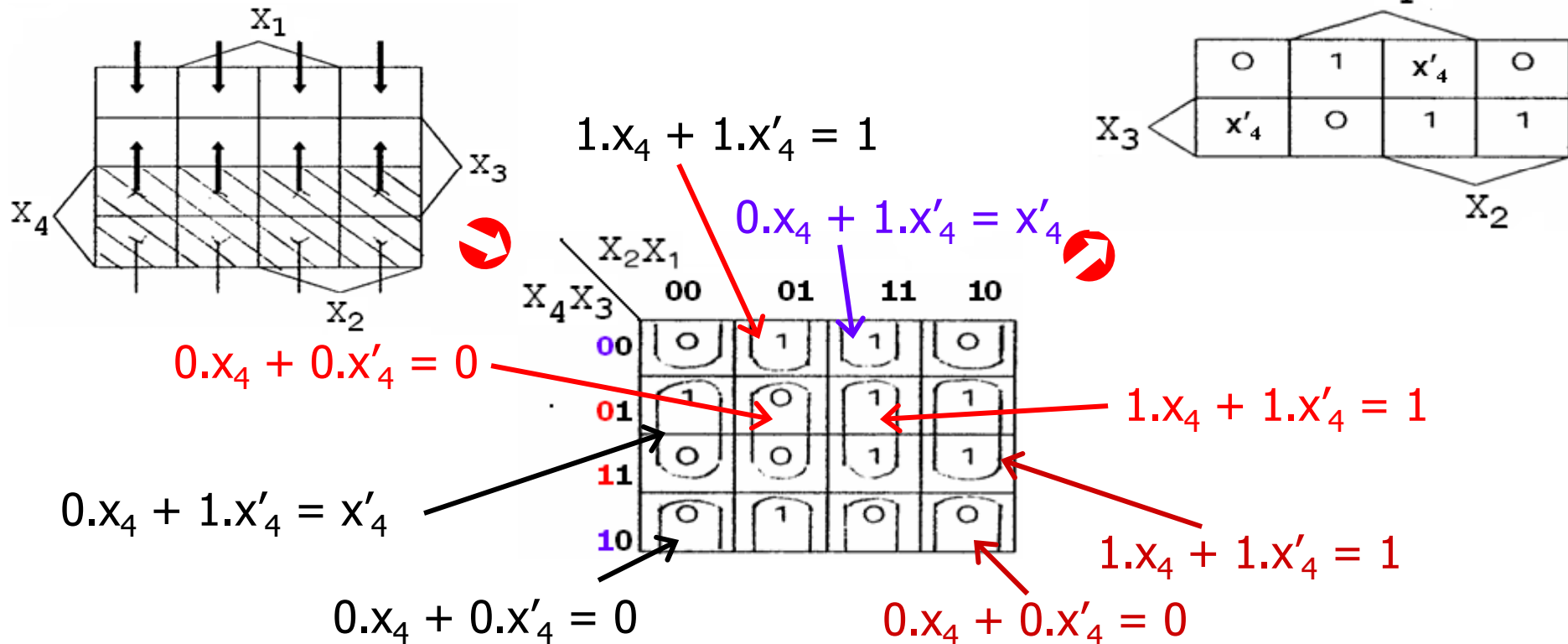
- Contoh 4: x_1 dimasukkan (*entered*)





MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (1)

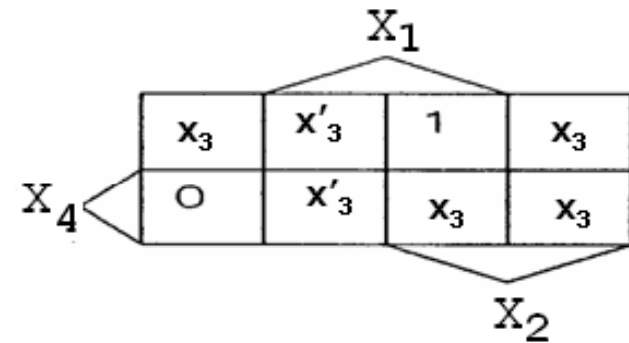
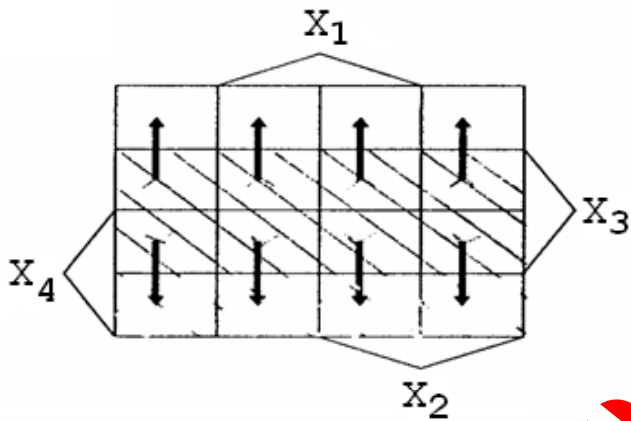
- Kompresi dari 4 variabel ($x_1, x_2, x_3,$ dan x_4) menjadi 3 variabel
- Contoh 1: x_4 dimasukkan (*entered*)





MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (2)

- Contoh 2: x_3 dimasukkan (*entered*)



$$1.x'_3 + 0.x_3 = x'_3$$

$$1.x_3 + 0.x'_3 = x_3$$

$X_4 X_3$		$X_2 X_1$			
		00	01	11	10
00	0	1	1	0	
01	1	0	1	1	
11	0	0	1	1	
10	0	1	0	0	

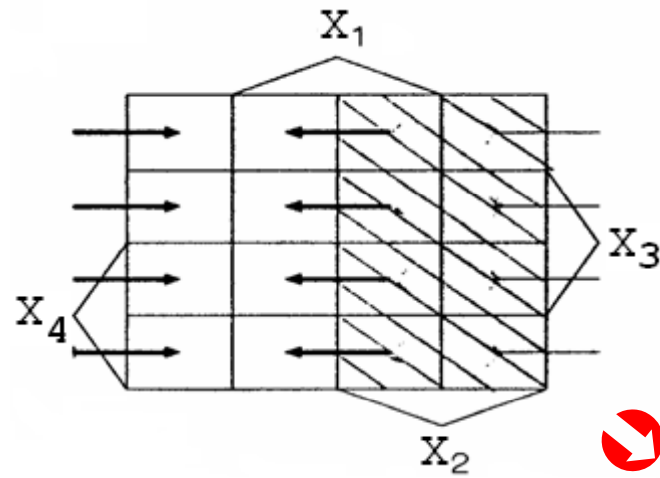
$$1.x'_3 + 0.x_3 = x'_3$$

$$1.x_3 + 0.x'_3 = x_3$$



MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (3)

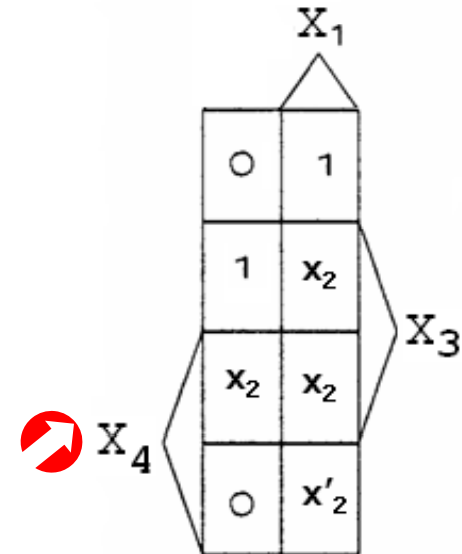
- Contoh 3: x_2 dimasukkan (*entered*)



$0.x'_2 + 1.x_2 = x_2$

X_4X_3 \ X_2X_1	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	1	0	0

$1.x'_2 + 0.x_2 = x'_2$



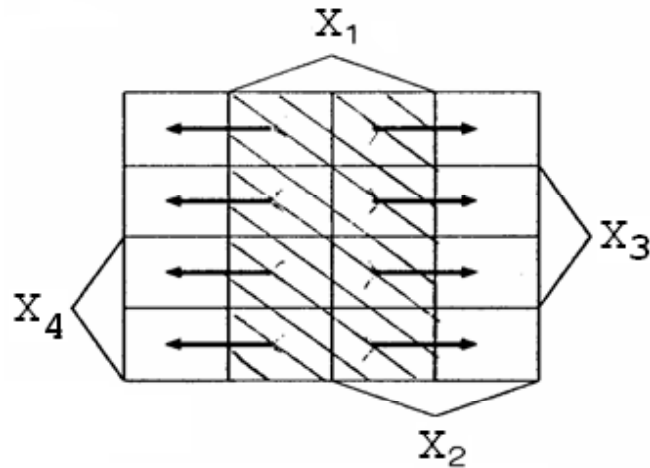
$0.x'_2 + 1.x_2 = x_2$

$1.x'_2 + 0.x_2 = x'_2$



MEV: 4 Variabel Menjadi 3 Variabel (4)

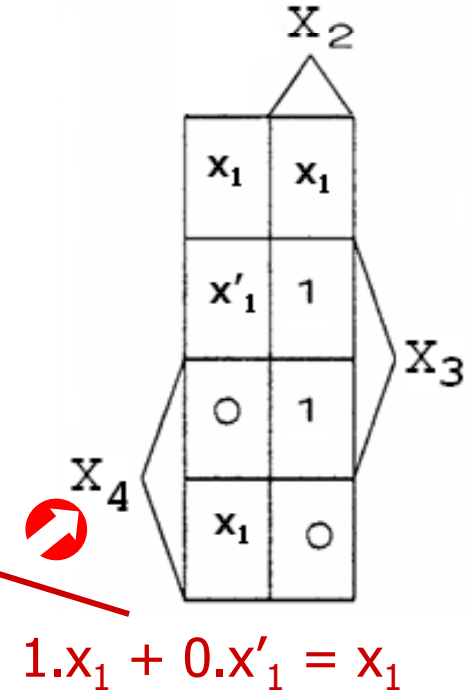
- Contoh 4: x_1 dimasukkan (*entered*)



$0.x'_1 + 1.x_1 = x_1$

		X_2X_1	
		00	01
X_4X_3	00	0	1
	01	1	0
	11	0	0
	10	0	1

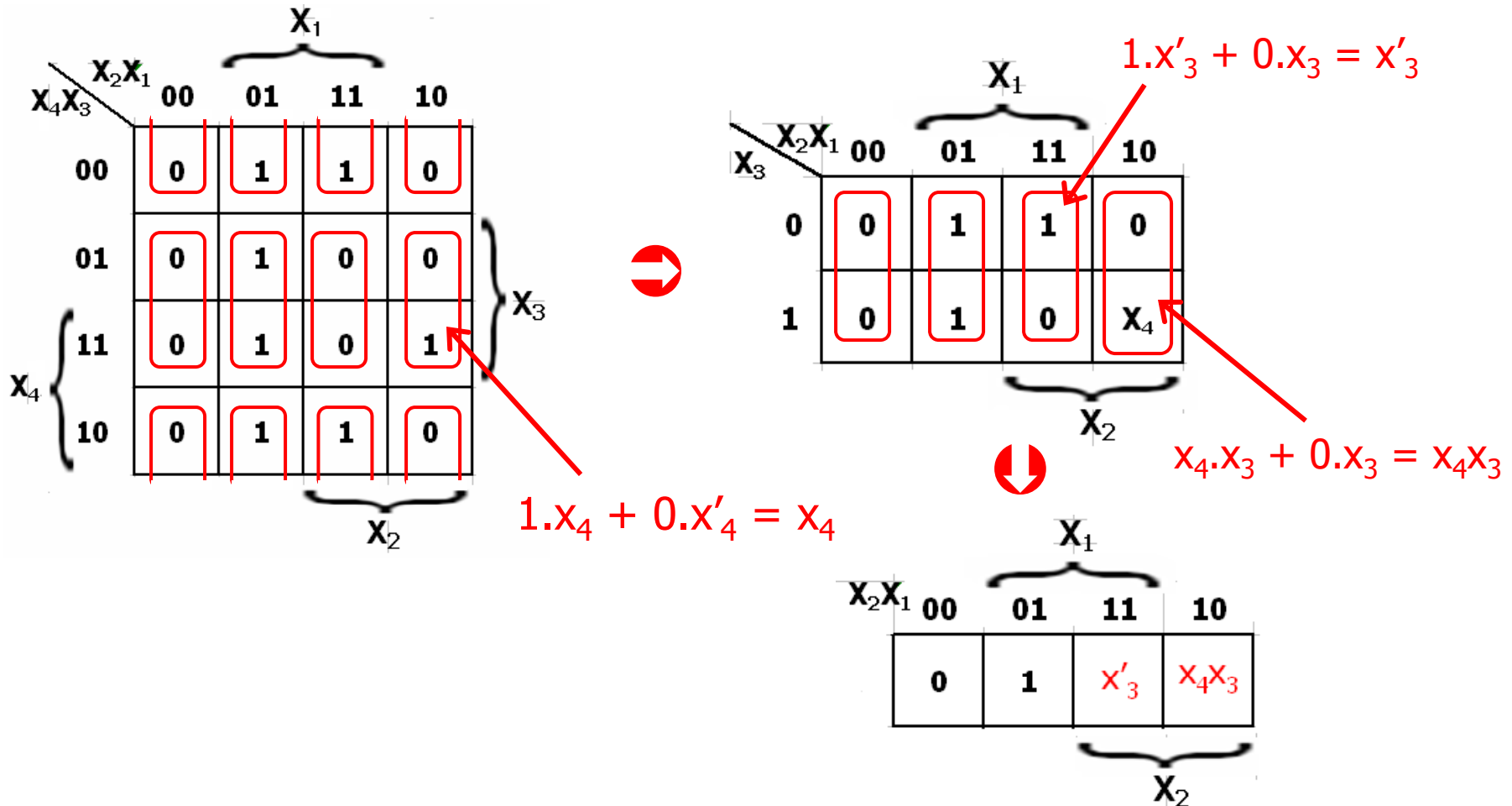
$1.x'_1 + 0.x_1 = x'_1$





MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (1) (Cara 1)

- Contoh 1: x_4 dan x_3 dimasukkan (*entered*)

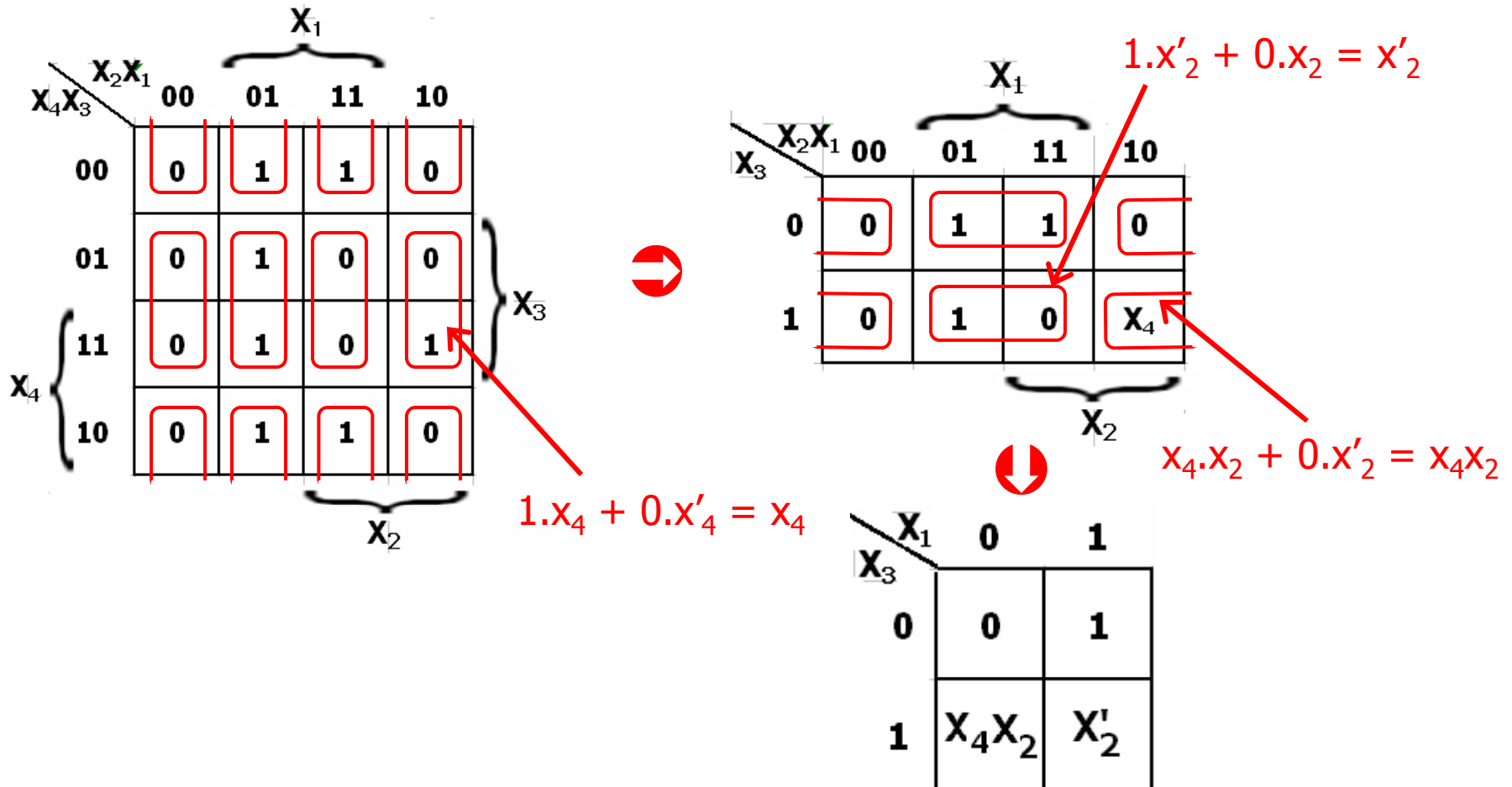




MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (2)

(Cara 1)

- Contoh 2: x_4 dan x_2 dimasukkan (*entered*)

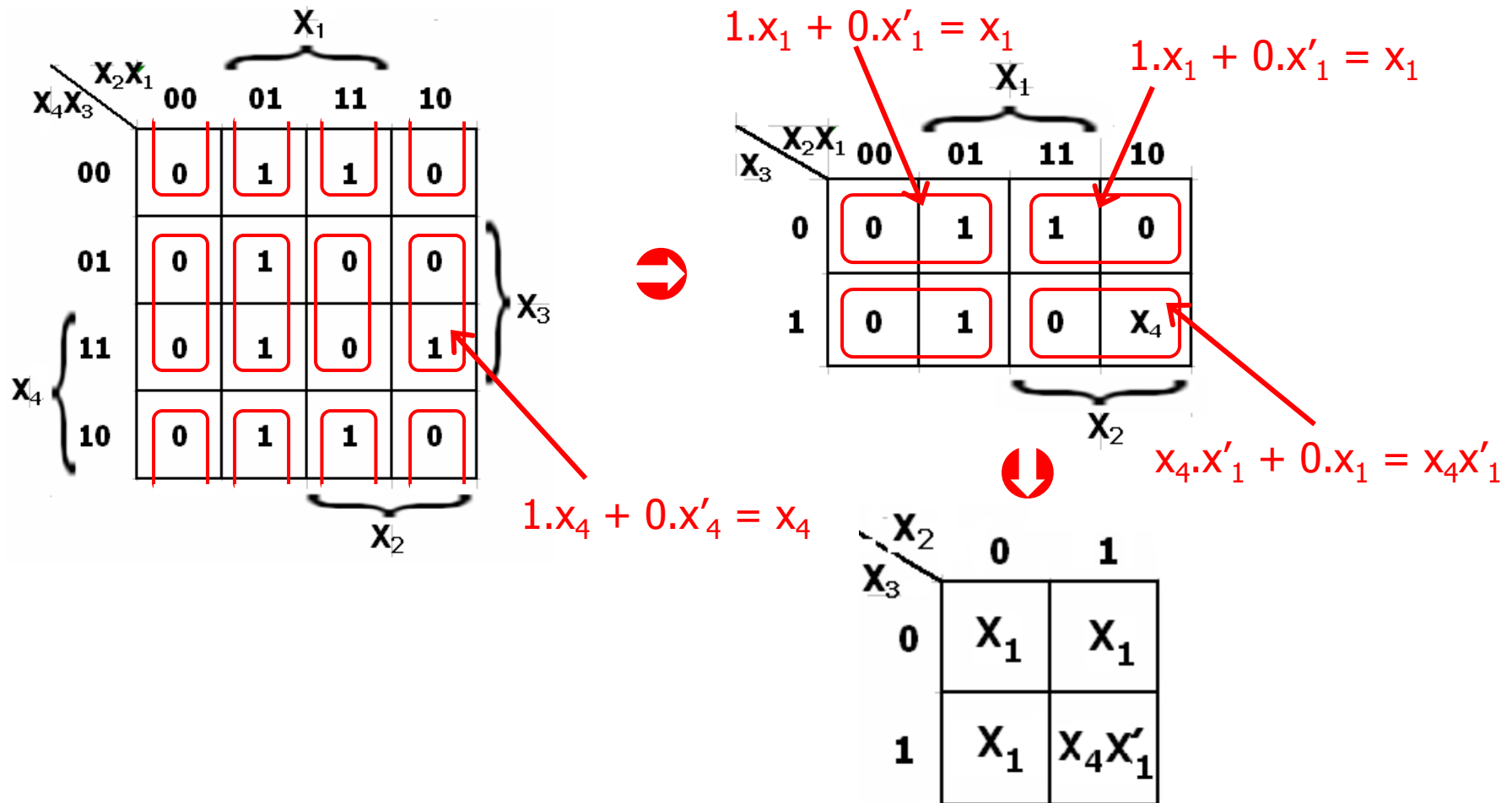




MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (3)

(Cara 1)

- Contoh 3: x_4 dan x_1 dimasukkan (*entered*)

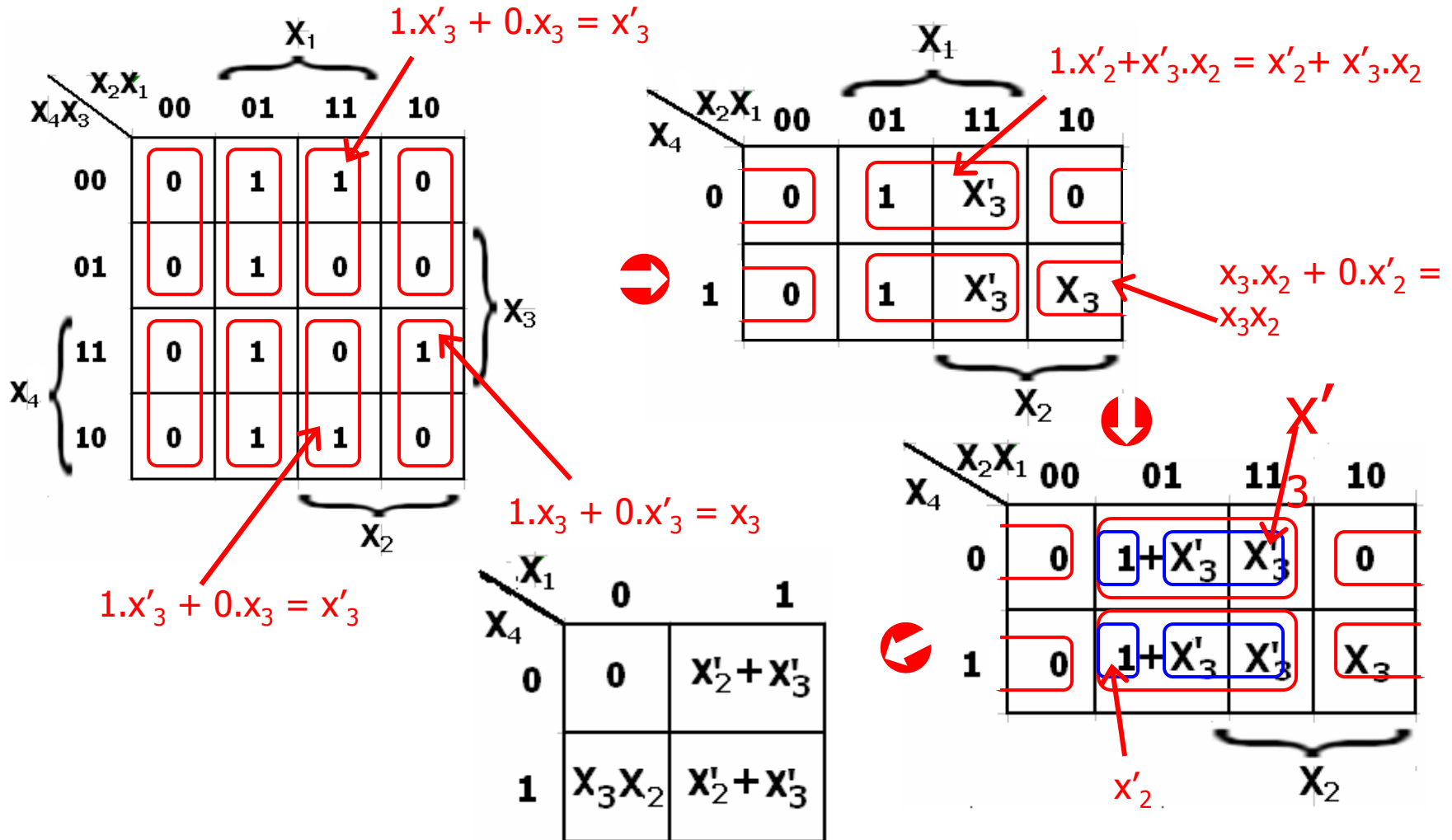




MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (4)

(Cara 1)

- Contoh 4: x_3 dan x_2 dimasukkan (*entered*)

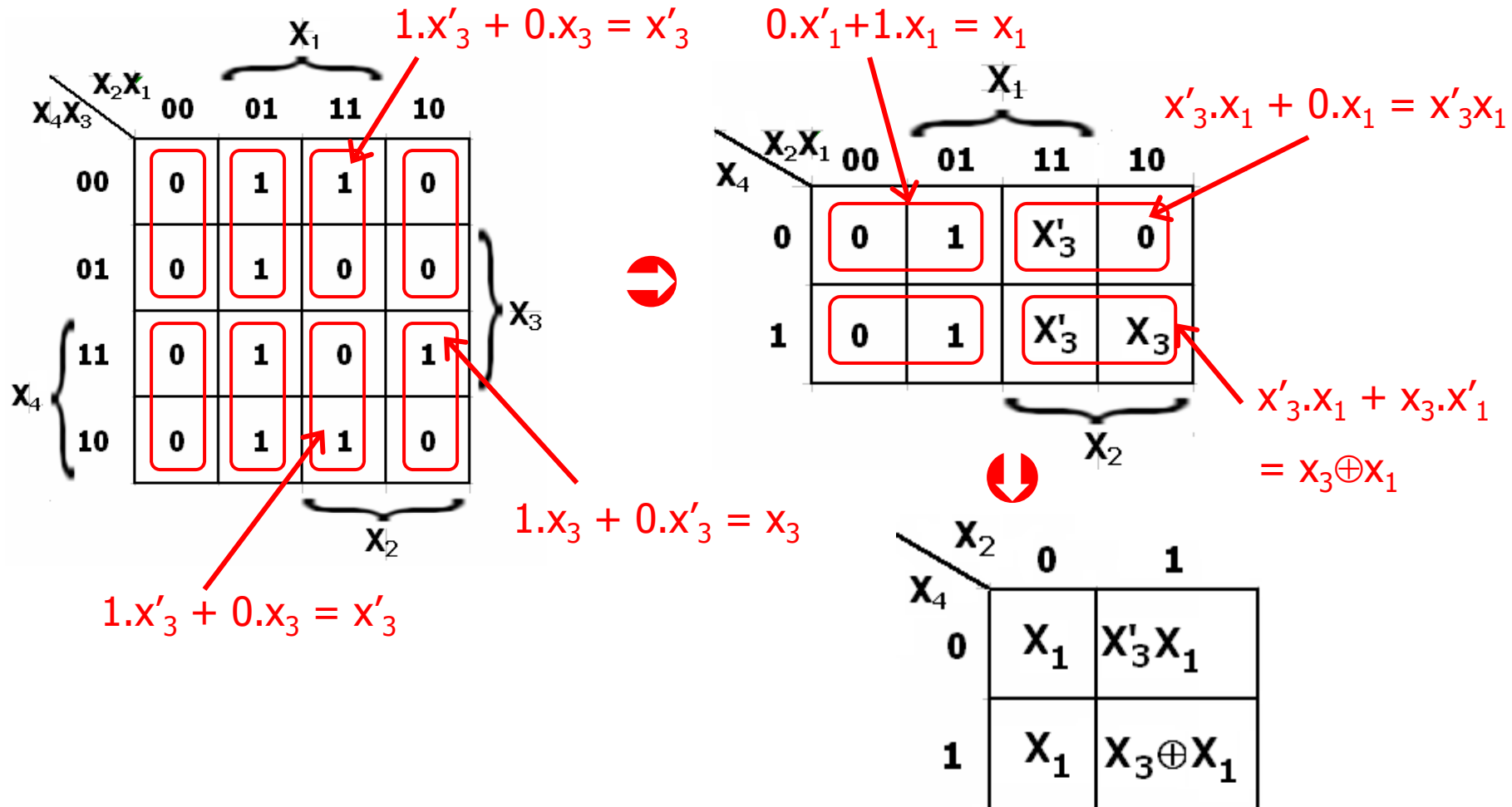




MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (5)

(Cara 1)

- Contoh 5: x_3 dan x_1 dimasukkan (*entered*)

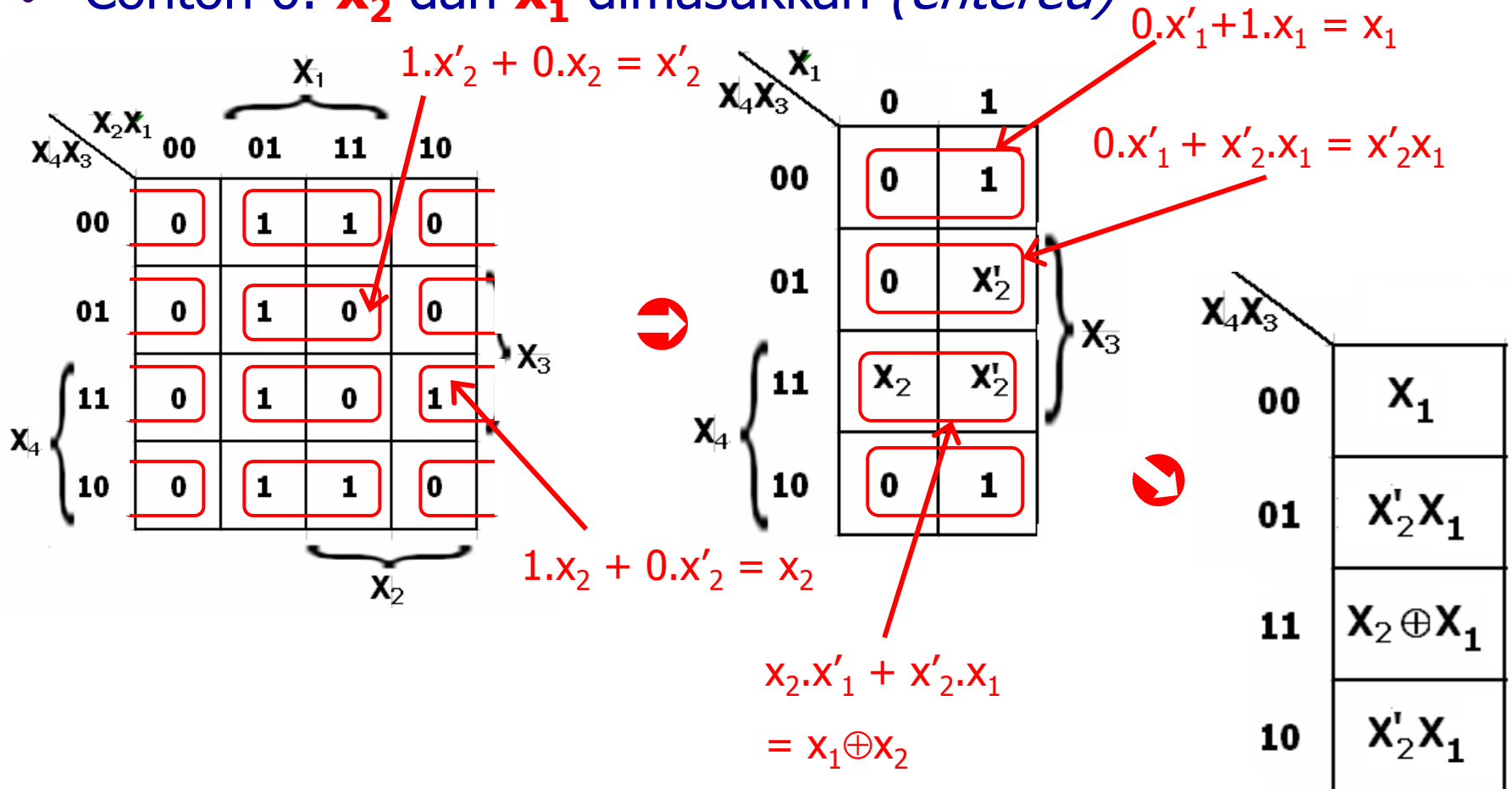




MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (6)

(Cara 1)

- Contoh 6: x_2 dan x_1 dimasukkan (*entered*)



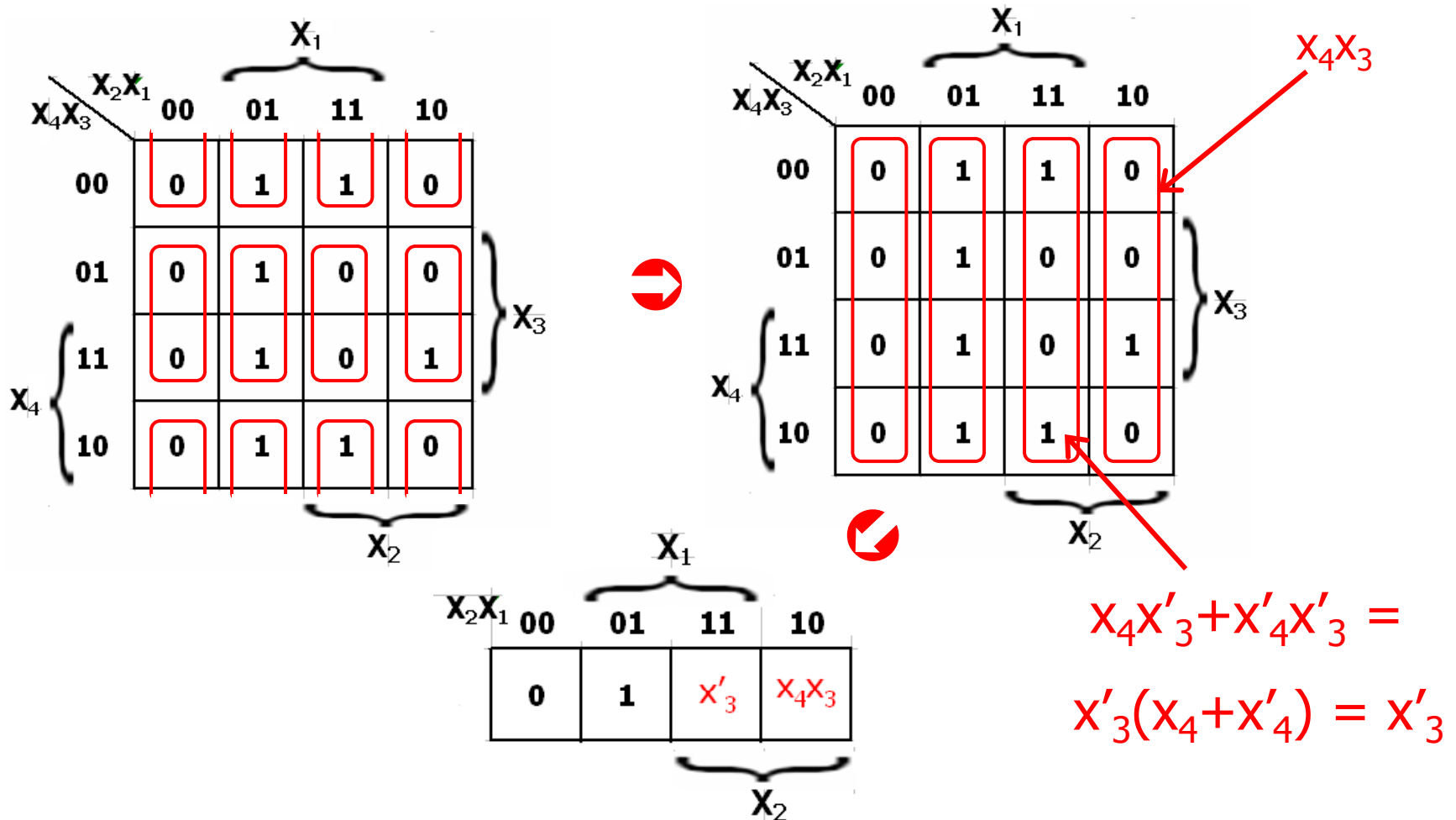
MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (1)

(Cara 2)



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

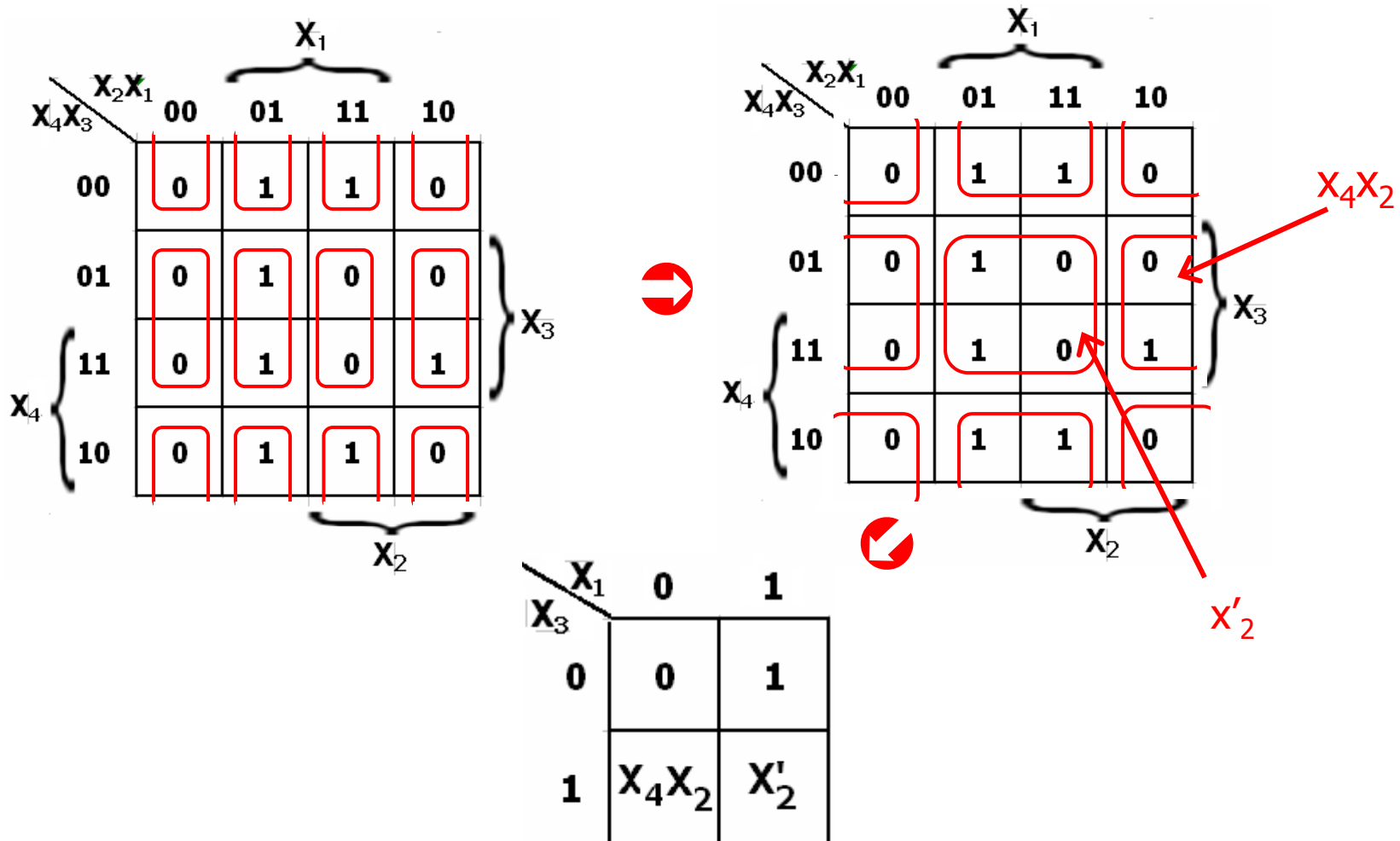
- Contoh 1: x_4 dan x_3 dimasukkan





MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (2) (Cara 2)

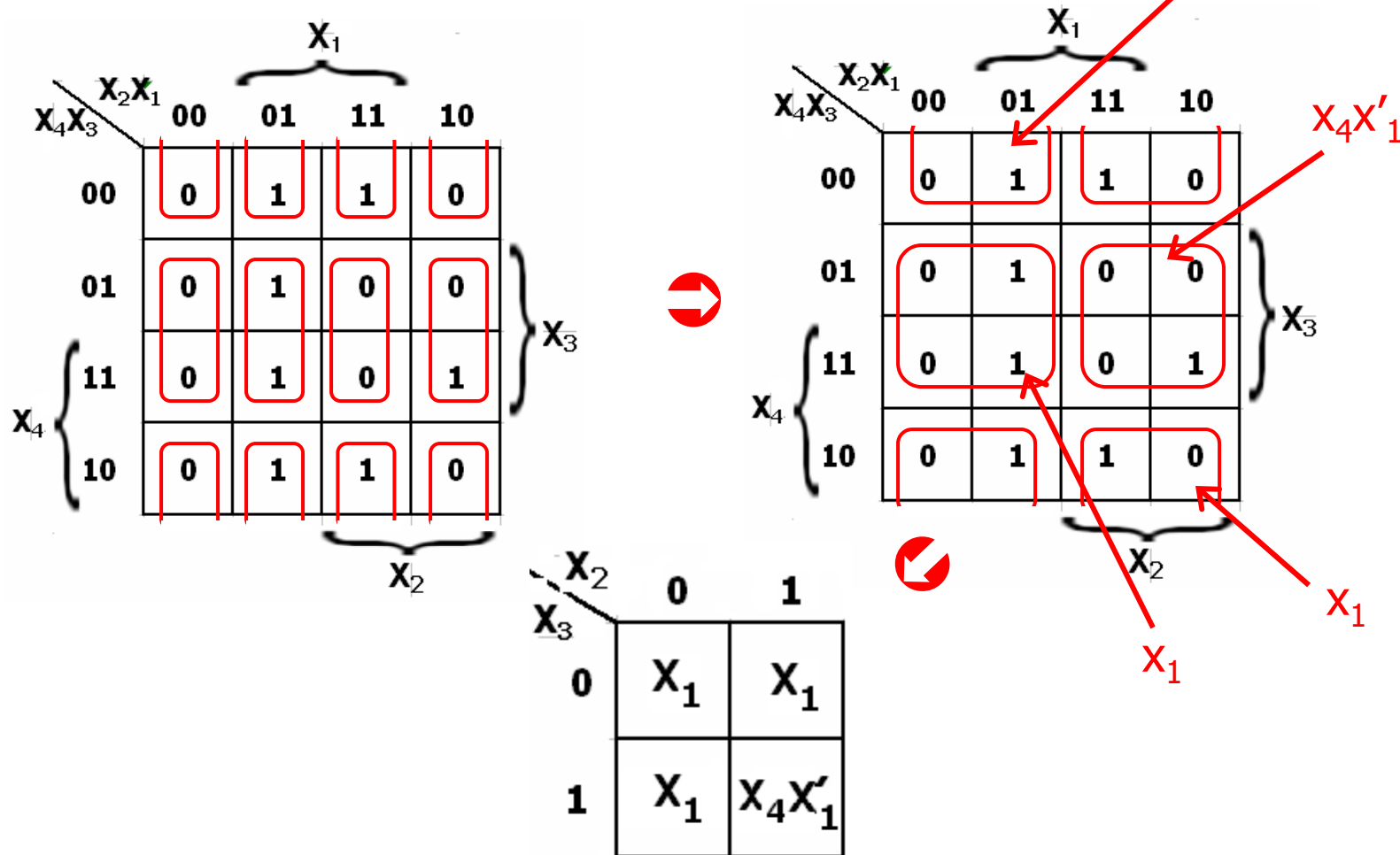
- Contoh 2: x_4 dan x_2 dimasukkan





MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (3) (Cara 2)

- Contoh 2: x_4 dan x_1 dimasukkan

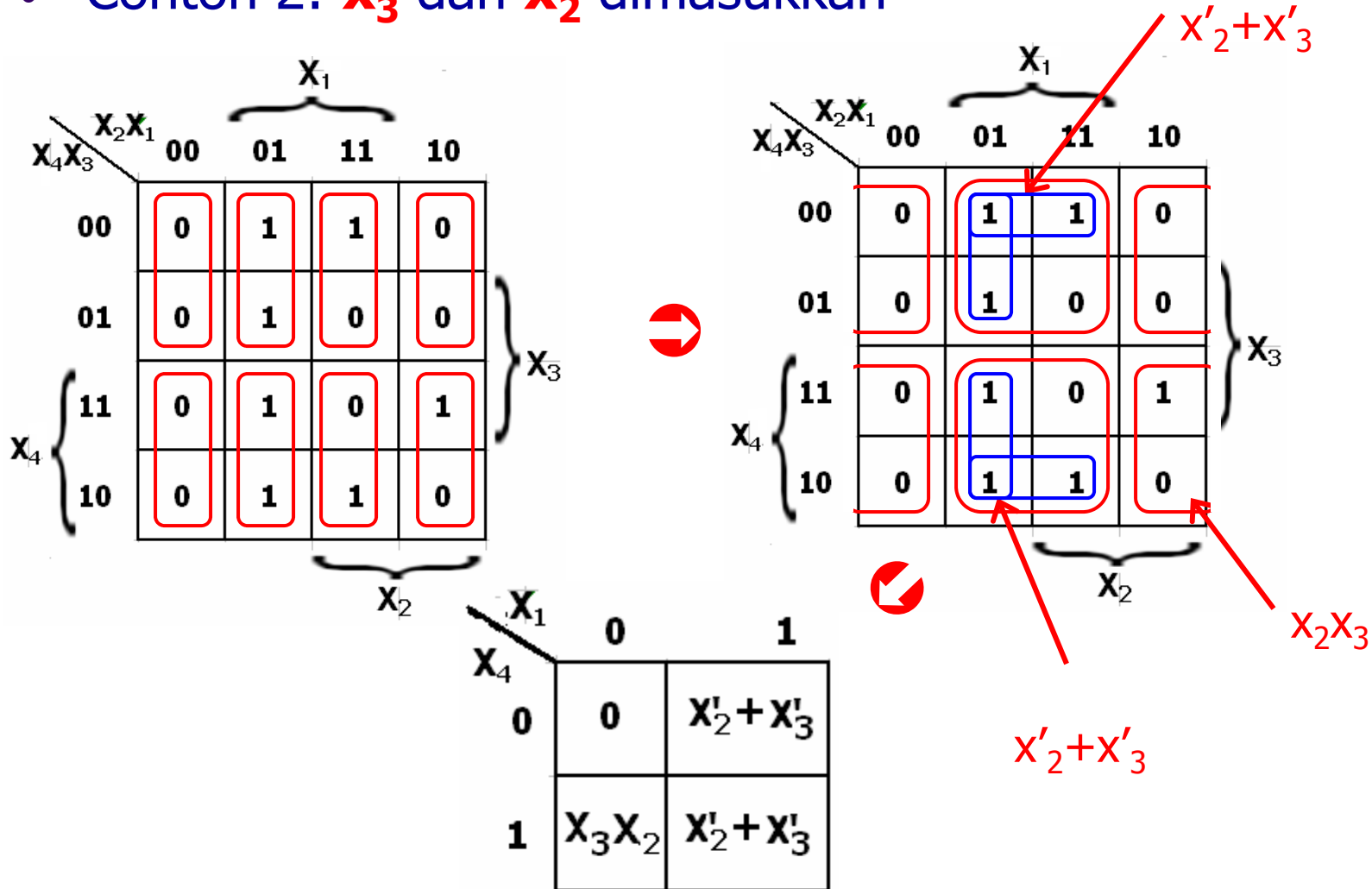




MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (4)

(Cara 2)

- Contoh 2: x_3 dan x_2 dimasukkan

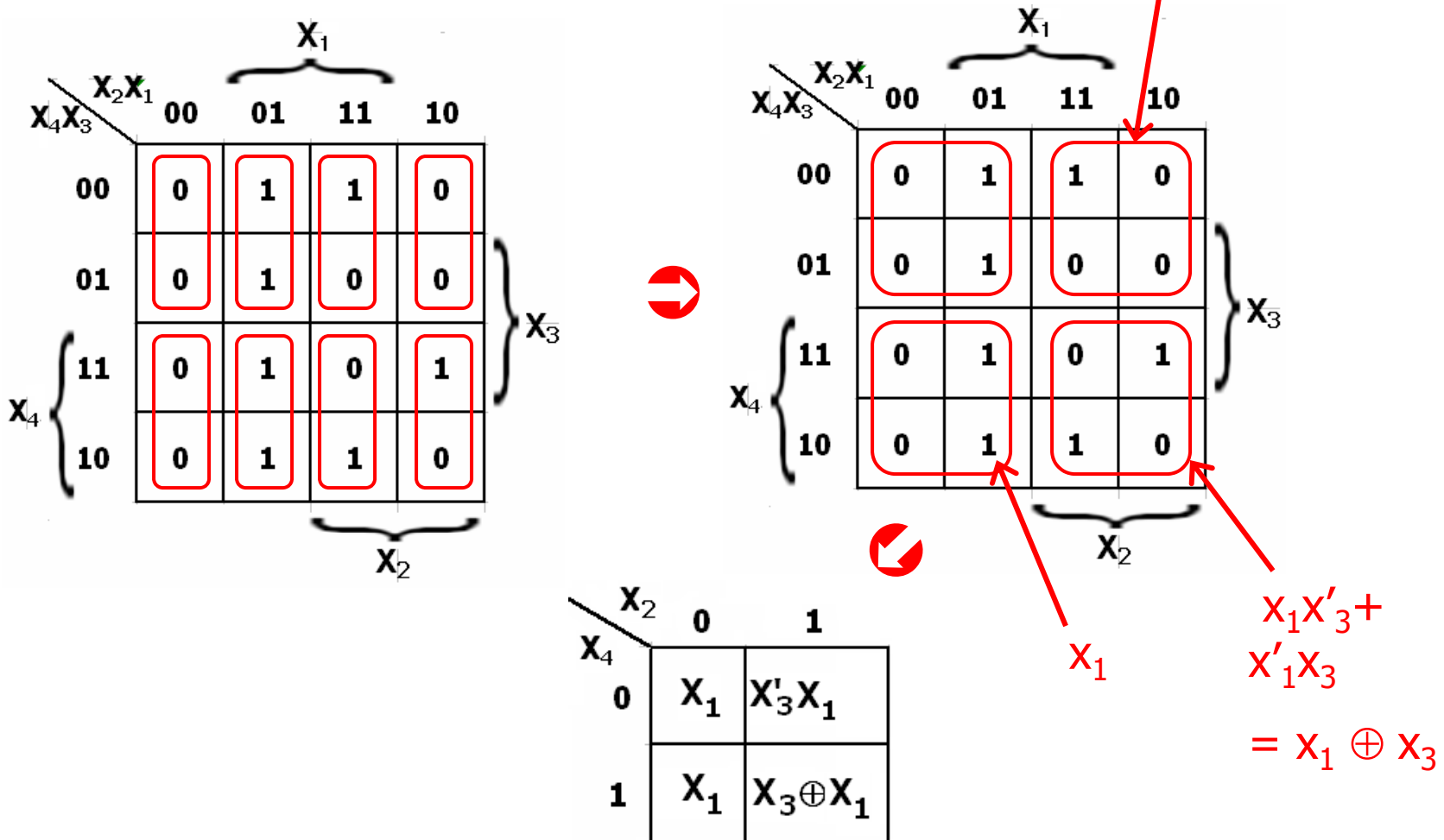




MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (5)

(Cara 2)

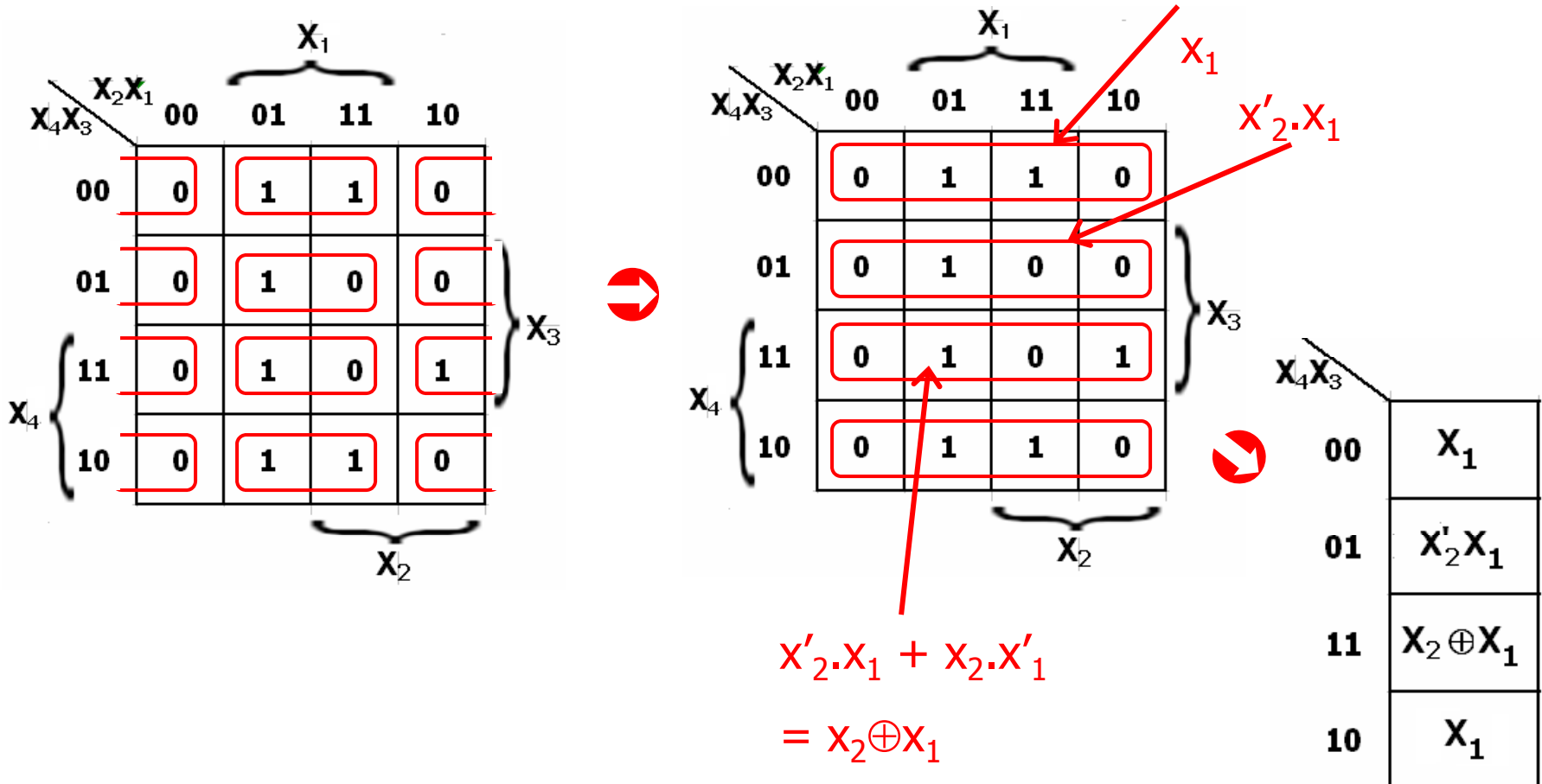
- Contoh 2: x_3 dan x_1 dimasukkan





MEV: 4 Variabel Menjadi 2 Variabel (6) (Cara 2)

- Contoh 6: x_2 dan x_1 dimasukkan (*entered*)





Minimisasi dengan MEV (1)

- Contoh 1: $f(A,B) = A'B + AB' + AB$
- **Variabel B** akan dimasukkan ke map

A \ B	0	1
0	0	1
1	1	1

Red boxes highlight the cells (0,0), (0,1), (1,0), and (1,1). Red numbers 0, 1, 2, and 3 are placed below the cells.



A	B
0	B
1	1



A \ B	0	1
0	B	B
1	1	1 + B

A pink box highlights the top row (0,0) and (0,1). A red arrow points from 'A' to the cell (1,0) and from 'B' to the cell (1,1). The cell (1,1) contains '1 + B' and is circled in orange.

$$f(A,B) = A + B$$



Minimisasi dengan MEV (2)

- Contoh 2: $f(A,B,C) = \sum m(2,5,6,7)$
- Variabel C akan dimasukkan ke map

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1



A \ B	0	1
0	0	C'
1	C	1



A \ B	0	1
0	0	C'
1	C	C + C'

BC' (arrow to C')

AC (arrow to C)



ATA

U:

A \ B	0	1
0	0	C'
1	C	1

A+C' (arrow to C')

B+C (arrow to C)

Bentuk SOP: $f(A,B,C) = AC + BC'$

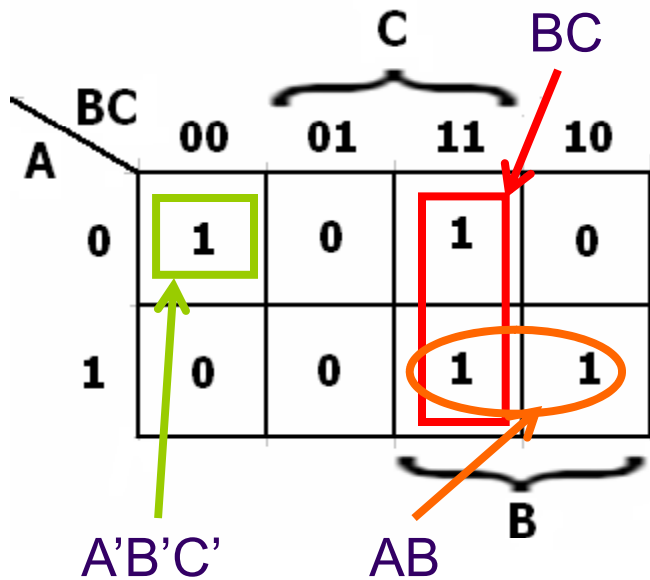


Bentuk POS: $f(A,B,C) = (A+C')(B+C)$



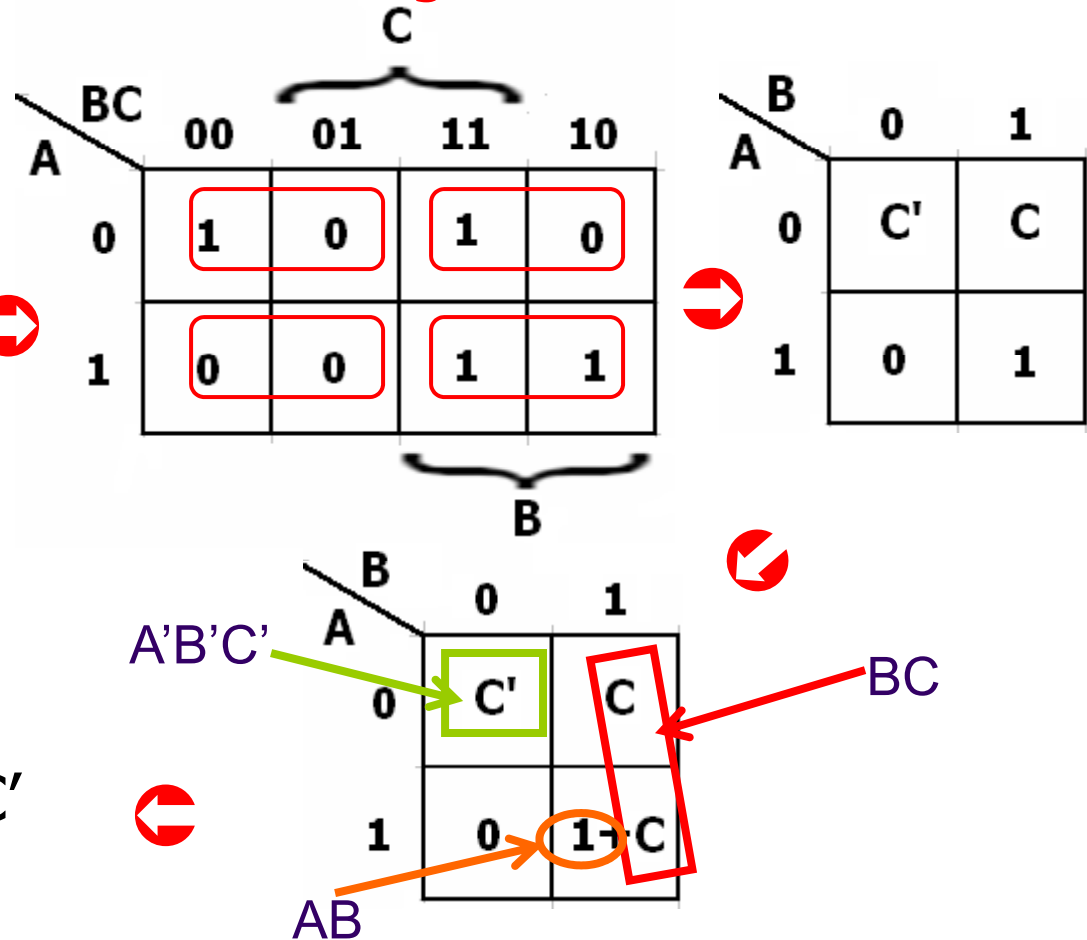
Minimisasi dengan K-Map dan MEV (1)

- Contoh 3: $f(A,B,C) = \sum m(0,3,6,7)$
- Dengan K-map:



$$f(A,B,C) = AB + BC + A'B'C'$$

- Dengan MEV:



Minimisasi dengan K-Map dan MEV (2)



INSTITUT TEKNOLOGI
TELKOM

• Latihan:

- $y(A,B,C,D) = \prod M(0,1,6, 8,9,11,14,15)$
- $T(A,B,C,D) = \sum m(3,4,6,7,11,14) + \Phi(0,2,15)$
 - ❖ $\Phi = \text{don't care}$
- $f(A,B,C,D,E) = \sum m(0,1,2,3,8,9,10,11,14,20,21,22,25)$
- $f(A,B,C,D,E,F) = \sum m(0,2,4,6,8,10,12,14,16,20,23,32, 34,36,38,40,42,44,45,46,49,51,57, 59,60,61,62,63)$



Penyederhanaan-McCluskey

Metoda Quine McCluskey digunakan untuk menyederhanakan fungsi Boolean dengan 4 atau lebih variabel

Algoritma :

1. nyatakan variabel komplemen dengan '0', sebaliknya '1',
2. kelompokkan suku-suku berdasarkan jumlah '1',
3. kombinasikan suku-suku tersebut dengan kelompok lain yang jumlah '1'-nya berbeda satu,
→ diperoleh bentuk prime yang lebih sederhana
4. mencari *prime-implicant*, term yang menjadi calon yang terdapat dalam fungsi sederhana,
5. memilih *prime-implicant* yang mempunyai jumlah literal paling sedikit



Penyederhanaan-McCluskey

Contoh :

Sederhanakanlah fungsi Boolean dibawah ini :

$$F = \sum m(0, 1, 2, 8, 10, 11, 14, 15)$$

1. kelompokkan representasi biner
untuk tiap minterm menurut jumlah digit 1

Desimal	Biner
0	0000
1	0001
2	0010
8	1000
10	1010
11	1011
14	1110
15	1111



Penyederhanaan-McCluskey

Dari tabel konversi tersebut dapat dilihat bahwa jumlah digit adalah

Jumlah Digit 1	Desimal
0	0
1	1, 2, 8
2	10
3	11, 14
4	15

	w	x	y	z
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
8	1	0	0	0
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1



Penyederhanaan-McCluskey

2. Kombinasikan minterm dari satu bagian de
 mempunyai nilai bit yang sama
 yang berbeda diganti dengan ta

	W	X	Y	Z		W	X	Y	Z	
0	0	0	0	0	√	0, 1	0	0	0	- si
1	0	0	0	1	√	0, 2	0	0	-	0
Misal 2	0	0	1	0	√	0, 8	-	0	0	0
bagian I : 0000	0	0	0	0	√	2, 10	-	0	1	0
bagian II : 0001	0	0	1	0	√	8, 10	1	0	-	0
10	1	0	1	0	√	10, 11	1	0	1	-
11	1	0	1	1	√	10, 14	1	-	1	0
14	1	1	1	0	√	11, 15	1	-	1	1
15	1	1	1	1	√	14, 15	1	1	1	-



Penyederhanaan-McCluskey

3. Kelompokkan hasil minterm tahap 2) seperti tahap 1) kemudian lakukan seperti pada tahap 2)

	w	x	y	z		w	x	y	z	
0, 1	0	0	0	-		0, 2, 8, 10	-	0	-	0
0, 2	0	0	-	0	√	0, 8, 2, 10	-	0	-	0
0, 8	-	0	0	0	√	10, 11, 14, 15	1	-	1	-
2, 10	-	0	1	0	√	10, 14, 11, 15	1	-	1	-
8, 10	1	0	-	0	√					
10, 11	1	0	1	-	√					
10, 14	1	-	1	0	√					
11, 15	1	-	1	1	√					
14, 15	1	1	1	-	√					



Penyederhanaan-McCluskey

4. mencari *prime-implicant*, term yang menjadi calon yang terdapat dalam fungsi sederhana,

	w	x	y	z	
0, 1	0	0	0	-	A
0, 2	0	0	-	0	√
0, 8	-	0	0	0	√
2, 10	-	0	1	0	√
8, 10	1	0	-	0	√
10, 11	1	0	1	-	√
10, 14	1	-	1	0	√
11, 15	1	-	1	1	√
14, 15	1	1	1	-	√

	w	x	y	z	
0, 2, 8, 10	-	0	-	0	B
0, 8, 2, 10	-	0	-	0	
10, 11, 14, 15	1	-	1	-	C
10, 14, 11, 15	1	-	1	-	



Penyederhanaan-McCluskey

5. Memilih Prime-Implicant

	w	x	y	z	
0, 1	0	0	0	-	A
0, 2	0	0	-	0	√
0, 8	-	0	0	0	√
2, 10	-	0	1	0	√
8, 10	1	0	-	0	√
10, 11	1	0	1	-	√
10, 14	1	-	1	0	
11, 15	1	-	1	1	
14, 15	1	1	1	-	

	w	x	y	z	
0, 2, 8, 10	-	0	-	0	B
0, 8, 2, 10	-	0	-	0	
10, 11, 14, 15	1	-	1	-	C
10, 14, 11, 15	1	-	1	-	

	0	1	2	8	10	11	14	15
A	x	x						
B	x		x	x	x			
C					x	x	x	x



Penyederhanaan-McCluskey

	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	0	1	2	8	10	11	14	15
→ A	x	⊗						
→ B	⊗		⊗	⊗	x			
→ C					⊗ ←	⊗ →	⊗	⊗

	w	x	y	z
10, 11, 14, 15	1	-	1	-
0, 2, 8, 10	-	0	-	0
0, 1	0	0	0	-

$$F = C + B + A$$

$$= wy + x'z' + w'x'y'$$



Penyederhanaan-McCluskey

Sederhanakanlah fungsi Boolean $F = \sum m(0, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 13)$

Langkah 2,
Lang

		w	x	y	z	
0	0	0	0	0	0	√
0	2	0	0	1	0	√
0	4	0	1	0	0	√
:	8	1	0	0	0	√
2,	5	0	1	0	1	√
4	6	0	1	1	0	√
4	10	1	0	1	0	√
8,	11	1	0	1	1	√
5,	13	1	1	0	1	√
10,						

		w	x	y	z
0, 2	0	0	0	-	0
0, 4	0	-	0	0	0
0, 8	-	0	0	0	0
2, 6	0	-	1	0	0
2, 10	-	0	1	0	0
4, 5	0	1	0	-	0
4, 6	0	1	-	0	0
8, 10	1	0	-	0	0
5, 13	-	1	0	1	1
10, 11	1	0	1	-	-



Penyederhanaan-McCluskey

4, 5	0	1	0	-	A
5, 13	-	1	0	1	B
10, 11	1	0	1	-	C
0, 2, 4, 6	0	-	-	0	D
0, 2, 8, 10	-	0	-	0	E

$$\begin{aligned}f(w,x,y,z) &= \sum m(0, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 13) \\ &= B + C + D + E \\ &= xy'z + wx'y + w'z' + x'z'\end{aligned}$$